

مطالب این کتاب حاصل چهار سال تفریح اینجانب در تدریس در یکی کثرت فعلی در دانشکده
مهندسی برق دانشگاه صنعتی شریف است. البته اکثر نکات فرایف را نه سده در اینجا، برات
اساتید خود اینجانب در دوران تحصیل می باشد و در اینجا محضراً از ضرورت مایکل آتینز
(Michael Atkians) بخاطر تفهیم مای اصل پس فرور و سیمت هفا طلقه سبه به اینجانب
شکری میام. بسیاری از دانشویان اینجانب نیز با طرح سزالات جلب در عملی سلهای مختلف
در درسی شدن بیشتر مطالب نقش قابل توجهی داشته اند و بعضی از آنها اینجانب را در کار تصحیح
ای متن یاری کرده اند و در اینجا از تمامی آنها قدردانی می نمایم. به یاری فراوانند با استفاده از
مطالب لرد آوری سده در اینجا قدمی در راه معرفی بهتر علم کنترل که یکی از اساسی ترین سافهای
مهندسی برقی باشد، برداشته و گامی به پیشبرد تکنولوژی سلکت برده باسیم.

محمدعلی معصوم نیا

شهریور ۱۳۶۹

شماره صفحه	فهرست مطالب	پیوسته
I		پیشگفتار
III		علامات
۱-۱	فصل ۱ - مقدمه	
۱-۲	۱.۱ - مراحل طراحی سیستم های کنترلی	
۱-۳	۱.۲ - سازمان دهی مطالب	
۲-۱	فصل ۲ - تعریف مسئله طراحی کنترل کننده	
۲-۱	۲.۱ - مدل سیستم ها	
۲-۲	۲.۲ - تعریف مسئله	
۲-۶	۲.۳ - پایداری سیستم حلقه بسته	
۲-۱۱	۲.۴ - حذف صفر و قطب سیستم د کنترل کننده	
۲-۱۲	۲.۵ - خلاصه	
۳-۱	فصل ۳ - دنبال کردن دستور و ارسین بردن اتمتاس	
۳-۱	۳.۱ - دنبال کردن ورودی مبنا و ارسین بردن از اتمتاس - محل قبلیها	
۳-۷	۳.۲ - دنبال کردن ورودی کس و ارسین بردن از اتمتاس - پاسخ فرکانسی	
۳-۱۱	۳.۳ - حساسیت سیستم های کنترلی حلقه باز و حلقه بسته	
۳-۱۶	۳.۴ - حساسیت امانهای مسیر پیرو و پیچور	
۳-۱۹	۳.۵ - خلاصه	
۴-۱	فصل ۴ - پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی مطلوب	
۴-۱	۴.۱ - پایداری مقاوم	
۴-۵	۴.۲ - حدناز و حد بهره	
۴-۱۲	۴.۳ - مشخصه های اندازه پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی خوب	
۴-۱۵	۴.۴ - رابطه بین پهنای باند سیستم حلقه بسته و پهنای	
۴-۲۰	۴.۵ - جلوه های معاصر پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز	

دنباله فهرست مطالب

۴-۲۳	۴.۲ - خلاصه
۵-۱	فصل ۵ - طراحی کنترل کننده در حوزه فرکانس
۵-۴	۵.۱ - اثر بهره فازی بر ردی پاسخ فرکانسی
۵-۷	۵.۲ - جبران کننده پیش فاز
۵-۱۶	۵.۳ - جبران کننده پس فاز
۵-۲۲	۵.۴ - جبران کننده پس فاز - پس فاز
۵-۲۶	۵.۵ - خلاصه
۶-۱	فصل ۶ - تحلیل درجه سیستم های خطی و قطب های مؤثر
۶-۱	۶.۱ - تحلیل درجه سیستم های خطی
۶-۸	۶.۲ - قطب های مؤثر
۶-۲۱	۶.۳ - خلاصه
۷-۱	فصل ۷ - طراحی کنترل کننده بر اساس محل قطبها
۷-۲	۷.۱ - طراحی با استفاده از روش مکان ریشه ها
۷-۱۹	۷.۲ - خلاصه
۸-۱	فصل ۸ - مکان حیدر در باره کنترل کننده ها
۸-۱	۸.۱ - کنترل کننده های پی - آی - دی
۸-۱۲	۸.۲ - پایداری
۸-۱۵	۸.۳ - پایداری با استفاده از کنترل کننده های پایداری
۸-۱۸	۸.۴ - استفاده از سیستم حرارتی واحد
۸-۲۵	۸.۵ - خلاصه

فصل بهم و بیرون است های الف و ب هندر نوشته شده اند

بسمه تعالی
بیگفتار

در این کتاب با در مثال های متعدد ، درس های طراحی کنترل کننده برای سیستم های تک درودی - تک خروجی فعلی را به نمایش خواهیم گذاشت . البته از همان ابتدا فرض می کنیم که خواننده با اصول تجزیه و تحلیل سیستم های فعلی در حوزه زمان و فرکانس و روش های بیابان مکان ریشه ها (Root locus) ویاگرام بود (Bode diagram) و نایکوئیست (Nyquist) و مفاهیم پایداری و ردی راوت (Routh) آشنایی کامل دارد و هدف اصلی ما بکارگیری این روش ها و مفاهیم در طراحی سیستم های کنترلی خواهد بود . این بعضی همی از آموزش کنترل می باشد که متأسفانه در اکثر کتاب های موجود به زبان فارسی مورد توجه قرار نگرفته و در درس کنترل فعلی کارشناسی مهندسی برق نیز بهر آنکه به اندازه کافی بر روی آن تأکید نمی شود .

مطالب جمع آوری شده در اینجا از دید در متون خارجی بصورت پراکنده یافت می شود ولی متنی این کتاب توجه هیچیک از این متون نکرده و اکثر اثبات های ارائه شده در اینجا متعلق به خود اینجانب است و با حذف جزئیات پیچیده ریاضی سعی کرده ام تا مطالب برای دانشجویانی که درس کنترل فعلی کارشناسی مهندسی برق را گذرانده اند ، قابل فهم باشد . البته در فصل نهم اشاره ای به مسی سازی فرآیندهای انتقالی خواهیم داشت و برای فهم بعضی از مطالب این فصل احتیاج به آشنایی با متغیرها و فرآیندهای انتقالی می باشد و گذراندن درس مغایرات ! کارشناسی مهندسی برق به فهم مطالب این قسمتها کمک خواهد کرد .

فاطر تأکید بر استفاده روز افزون از نرم افزارهای طراحی سیستم های کنترلی (design)
Computer aided control system (اگر محاسبات مربوط به مثال های جمع آوری شده در اینجا بوسیله نرم افزار Pc-Matlab انجام شده و خروجی های نمایش داده شده نیز بوسیله این نرم افزار رسم شده اند . کاریکاتورهایی نیز که در بعضی از صفحات دیده می شوند ، از کتاب The TeXBook پر مشهور Donald Knuth کپی شده اند و مفاهیم کنترلی ردی آنها
منتهی شده است .

علامات

t	زمان
s	متغیر لاپلاس
σ	جزء حقیقی یک عدد مختلط
ω	جزء موهومی یک عدد مختلط
j	جزء عدد ۱-
ζ	نسبت میرایی یک قطب مختلط - Damping ratio
ω_n	مکانس طبیعی یک قطب مختلط - Natural frequency
$\zeta \omega_n$	میرایی یک قطب مختلط - اندازه جزء حقیقی قطب مختلط - Damping
ω_d	فرکانس میرایی طبیعی - $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ - Damped natural frequency
$(s + \sigma \pm j\omega)$	نمایند هندسه‌های ورودی است که در این‌ها $\sigma \pm j\omega$ می‌باشد.
	$(s + \sigma \pm j\omega) = s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2$
$r(t)$	ورودی مبدا - مقدار دلخواه فردی
$u(t)$	عمدتاً نمایانگر ورودی سیستم است - در بعضی موارد نمایانگر فردی کنترل کننده می‌باشد
$y(t)$	فردی واقعی سیستم
$\bar{y}(t)$	فردی اندازه‌گیری شده سیستم
$n(t)$	نویز اندازه‌گیری
$d_i(t)$	اعتسای در ورودی سیستم
$d_o(t)$	اعتسای در فردی سیستم
$e(t)$	خطا - تفاضل بین ورودی مبدا و فردی اندازه‌گیری شده
$R(s)$	تبدیل لاپلاس $r(t)$ - در حالت کلی تبدیل لاپلاس سینتال $w(t)$ را با $W(s)$ نمایش میدهیم
$G(s)$	تابع تبدیل سیستم یا فرآیندی که می‌خواهیم آنرا کنترل کنیم - عمدتاً تابعی گویا درجه فردی می‌شود.
$K(s)$	تابع تبدیل جبران کننده - عمدتاً تابعی گویا درجه فردی می‌شود.
$G_c(s)$	تابع تبدیل سیستم صلته باز $G_c(s) = K(s)G(s)$

$$G_{CL}(s) \triangleq \frac{G(s) K(s)}{1 + G(s) K(s)} \quad G_{CL}(s)$$

$$m(t) \text{ به خروجی } p(t) \text{ به ورودی} \quad G_{PM}(s)$$

$$\text{بهره} \triangleq \text{مستقیم تابع تبدیل سیستم حلقه بسته (DC-gain)} \quad G_{DC}(s)$$

$$\text{رنگین بهایت یک تابع تبدیل پایدار که برابر ماکزیمم اندازه پهنای فرکانسی } G(s) \text{ تعیین می شود.} \quad \|G(s)\|_{\infty}$$

$$\text{فرکانس کُتر 0-db اندازه پهنای فرکانسی } K(s)G(s) \text{ (0-db Crossover frequency)} \quad \omega_c$$

$$\text{پهنای باند سیستم حلقه بسته (Bandwidth)} \quad \omega_b$$

$$\text{ماکزیمم مقدار اندازه پهنای فرکانسی سیستم} \quad M_{P\omega}$$

$$\text{فرکانسی که در آن ماکزیمم مقدار اندازه پهنای فرکانسی اتفاق می افتد} \quad \omega_r$$

$$\text{زمان نشست - زمان رسیدن و بلقی ماندن پهنای باند در محدوده 98\% تا 100\% مقدار بهایی (Settling time)} \quad t_s$$

$$\text{زمان صعود - زمان رسیدن پهنای باند از 10\% مقدار بهایی به 90\% مقدار بهایی} \quad t_r$$

$$\text{ماکزیمم مقدار پهنای باند سیستم} \quad M_{Pt}$$

$$\text{حداقل (Phase margin)} \quad \phi$$

$$\text{حدهیره (Gain margin) عموماً به حدی که حدهیره از طرف بالا طرف پهنای تقسیم می شود} \quad h$$

$$\text{ماکزیمم مقدار فاز مثبت حیران کننده پیش فاز} \quad \phi_m$$

$$\text{نسبت قطب به صفر حیران کننده پیش فاز یا نسبت صفر به قطب حیران کننده پس فاز} \quad \alpha$$

$$K_p \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} K(s)G(s) \quad \text{ثابت قطبی مکان - ضریب قطبی مکان} \quad K_p$$

$$K_v \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} sK(s)G(s) \quad \text{ثابت قطبی سرعت - ضریب قطبی سرعت} \quad K_v$$

$$K_a \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} s^2 K(s)G(s) \quad \text{ثابت قطبی شتاب - ضریب قطبی شتاب} \quad K_a$$

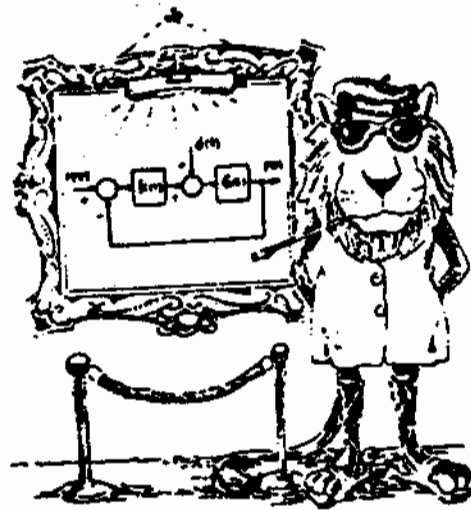
$$\text{عموماً نمایانگر ثابت زمانی قطب درجه اول است} \quad \tau$$

$$\text{عموماً نمایانگر تأخیر زمانی است} \quad L$$

$$\text{بهره جزو مناسب حیران کننده پی-آی-دی} \quad K_c$$

$$\text{ثابت زمانی استرال لیری - در حیران کننده پی-آی-دی استفاده می شود} \quad T_1$$

$$\text{ثابت زمانی مشتق لیری - در حیران کننده پی-آی-دی استفاده می شود} \quad T_D$$



فصل ۱

مقدمه

آیا تاکنون هنگام پرواز با هواپیما به سفوح کنترلی متحرک آن توجه کرده‌اید؟ این سطوح در طی پرواز شما به مقصد بهر صورت خودکار حرکت کرده و تقابل داینداری هواپیما را با وجود تمام تغییرات در سبب اجزای و دیگر اغتشاشات وارد بر هواپیما حفظ می‌کنند. یا هنگام فرود، در هوایی مه‌آلود، در شرایطی که حتی امکان تشخیص شیء‌ای در فاصله ده متری نیز وجود ندارد، سیستم فرود خودکار با تغییر سفوح کنترلی، هواپیمای عظیم مسازری را بتدریج پایین آورده و بدون هیچ مشکلی صحیح و سالم بر روی باند پروازی می‌نشانند.

«حقیقت» این تنها نمونه‌ای از سیستم‌های مقصد اطراف ما است که از سیستم‌های کنترل خودکار برای انجام وظایف خود بهره می‌جویند. امروزه سیستم‌های کنترل خودکار جزو لاینفکی از یالایستگاهها، نیروگاهها، صنایع نورد، صنایع کماندسازی، سیستم‌های نظامی و دیگر فرآیندهای صنعتی می‌باشند و بدون استفاده از آنها، حفظ کارایی بسیار بالادراختیار سیستم‌ها به هیچ وجه امکان پذیر نمی‌باشد. هدف ما در این کتاب، آشنایی با فیلدهای طراحی سیستم‌های کنترل خودکار است. برای این منظور ساده‌ترین نوع سیستم‌های حلقه بسته (Closed Loop) که از یک حلقه پس‌خور (Feedback) تشکیل شده‌اند را به تفصیل مورد بررسی قرار خواهیم داد و دلایل استفاده از آنها را ذکر کرده و کلیات و مزایای آنها را برخواهیم سرزد. البته پس از یادگیری اصول طراحی

رتبه حقیق - مثلهای متعددی که در اینجا گردآوری شده است، و توان این روش‌ها را
 تقیم داده و سیستم‌های کنترلی برابرت پیچیده تر را مورد بررسی قرار داد و برای آنها کنترل کننده
 مناسب طراحی نمود. در ادامه به تفکیک مراحل مختلف طراحی سیستم‌های کنترلی پرداخته و در آنها
 نیز سازماندهی مطالب ارائه شده را ذکر خواهیم کرد.

۱-۱ - مراحل طراحی سیستم‌های کنترلی

در اولین مرحله طراحی سیستم‌های کنترلی، مسئله مورد نظر باید دقیقاً تعریف شده و اهداف
 مورد نظر نیز کاملاً شناسایی شود. سپس باید دینامیک بلوکی سیستم را رسم کرده و اجزای مختلف
 سیستم را مشخص نمود. مرحله بعدی بدست آوردن رابطه ورودی-خروجی اجزای مختلف
 سیستم کنترلی می‌باشد. جهت مدل‌سازی و بدست آوردن رابطه ورودی-خروجی یک سیستم
 عموماً کاری پیچیده و تخصصی است و روش‌های متعددی برای انجام آن وجود دارد. این
 روش‌ها را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم نمود.

در روش اول بر اساس آزمایش‌های از پیش تعیین شده‌ای، ورودی‌های مشخصی به سیستم
 اعمال شده و خروجی‌های سیستم ضبط می‌شود و سپس مدل مناسبی به اطلاعات گردآوری شده
 فرارنده (Fit) می‌شود. البته این روش مدل‌سازی در مراجع مختلف شناسایی سیستم‌ها
 (System Identification) [۸] [۱۱] مورد بررسی قرار گرفته است و برای اطلاع بیشتر می‌توانید
 به آنها رجوع کنید.

در روش دیگر، با استفاده از قوانین فیزیک (مانند قوانین نیوتن، قوانین ترمودینامیک، ...) معادلات
 دینامیک رابطه دهنده ورودی و خروجی سیستم نوشته می‌شود. البته بخاطر کاربرد وسیع کنترل در شاخه‌های
 مختلف، عمده این قسمت از کار متلزم داشتن زمینه‌ای قوی در مورد مسئله مورد نظر می‌باشد. بطور
 مثال برای مدل‌سازی بعضی فرآیندهای شیمیایی، آشنایی با قوانین ترمودینامیک و مکانیک سیالات الزامی
 است در حالیکه برای مدل‌سازی یک سیستم سرد مکانیزم احتیاج به آشنایی با موتورهای الکتریکی
 و دینامیک داریم. بجز این در اکثر اوقات رابطه‌های متغیرهای مختلف بر سبب معادلات دینامیک
 میرفتی قابل بیان است و اکثر اوقات برای طراحی کنترل کننده ذهن رضی بودن سیستم
 مورد بحث دارند. به این دلیل عموماً باید معادلات مورد نظر را حول نقاط کار مناسب خطی کنیم.

نکته غالب توجه دیگر این است که مدل‌های بیان کننده رفتار سیستم ممکن است تحت شرایط مختلف تغییر کنند. به طور مثال رفتار یک هواپیمای راجد شناختنی با ارتفاع پروازی و سرعت آن بار و مدل فعلی شده رفتار هواپیمای در ارتفاعات مختلف و سرعت پروازهای متفاوت عموماً یکی تغییر می‌کند. پس در حقیقت ما با یک مدل تنها سروکار نداریم بلکه ممکن است با خانواده‌ای از مدل‌ها برای یک سیستم واحد در شرایط مختلف مواجه باشیم.

پس از انجام مرحله مدل‌سازی باید کنترل کننده مناسبی برای سیستم طراحی کنیم تا اهداف مورد نظر برآورده شوند. این قسمت از کار هدف اصلی ما در اینجا فراهم بود و در فصل‌های آینده به تفصیل درباره آن صحبت خواهیم کرد. فقط در اینجا تأکید می‌کنیم که در مراحل مختلف طراحی هواپیمای باید تقریبی بودن مدل سیستم را در نظر داشت تا با وجود تغییرات در مدل، کارایی سیستم ملحقه سبب را حفظ کند.

در مرحله بعدی باید کنترل کننده طراحی شده را در صورت امکان با مدل واقعی سیستم (مدل فعلی شده که تمام جزئیات را در بر دارد) شبیه‌سازی کنیم و اثر تغییر پارامترهای مختلف و ورودی‌های اغتشاش بر سیستم را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم. برای این منظور استفاده‌ای کوتاه به روش‌های مختلف شبیه‌سازی در فصل نهم خواهیم داشت.

در شبیه‌سازی سیستم کنترلی عمده‌ای مشاهده می‌شود که تمامی اهداف مورد نظر کاملاً برآورده شده اند و در بسیاری از مواقع باید عمل طراحی کنترل کننده و یا مدل‌سازی سیستم را دوباره داده و جزئیات نادیده گرفته شده را در نظر بگیریم و کنترل کننده طراحی شده را بهبود بخشیم. در حقیقت، طراحی یک کنترل کننده واقعی بر پایه آزمون رفتار استوار است و با استفاده از اصول طراحی که در اینجا ارائه خواهیم کرد، این مستقیم‌تر و در زمانی کوتاه‌تر به کنترل کننده‌های دستی خواهیم یافت.

۱-۲ - سازماندهی ارائه مطالب

پس از بررسی مقدماتی اهمیت سیستم‌های کنترلی خودکار و تفکیک مراحل مختلف طراحی کنترل کننده در فصل اول، مسئله طراحی کنترل کننده را به صورت دقیق در فصل دوم تشریح خواهیم کرد. در ادامه این فصل مفهوم بایدهاری سیستم‌ها را ملحقه سبب را مورد بررسی قرار داده و گامی ظریف درباره

حذف مغز و قلب سیسم و کنترل کننده دگر خواهیم نمود . هیپو، خواهیم دید که هیچگاه باید صدمی من صورت نگیرد
سیسم و کنترل کننده بر روی محور نسج یا سمت راست آن صورت پذیرد چون سبب نابینایی سیسم
حلقه سیسم خواهد شد

در فصل سوم کلیه عملی دنبال کردن دستور را برین بدون از امتیازات که یکی از اهداف مهم سیسم ها
کنترل حلقه سیسم می باشد را هم بر اساس محل قطبهای سیسم و میزان کننده و هم بر اساس پاسخ فرکانسی
سیسم و میزان کننده مورد بررسی قرار می دهیم . علاوه بر حالت سیسم حلقه سیسم تغییرات بار آنترهای
سیسم حلقه سیسم را هم در ملاحظاتی با استفاده از این صورت تکلیف خواهیم کرد .

در فصل چهارم درباره خطاهای مدلسازی و اثر آنها بر روی پایداری سیسم حلقه سیسم صحبت کرده و
درباره پاسخ فرکانسی یک سیسم نمونه مکانی را ارائه خواهیم کرد . در آنجا خواهیم دید که پاسخ فرکانسی
حلقه باز یک سیسم کنترل فریب در فرکانسهای پایین دارای اندازه بزرگی بوده و در فرکانسهای بالا
نیز اندازه کوچکی را دارا است . در انتهای این فصل نیز به تفصیل درباره رابطه پهنای باند
سیسم حلقه سیسم و سرعت پاسخ زمانی آن بحث خواهیم کرد .

در فصل پنجم درباره طراحی کنترل کننده در صده فرکانس صحبت خواهیم کرد . شیوه تمرکز مادی
این فصل بر روی جبران کننده های پیش فاز و پس فاز خواهد بود و نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده
از جبران کننده پس فاز می توان پاسخ فرکانسی را در فرکانسهای پایین تقویت نمود و با استفاده از
جبران کننده پیش فاز ، در فاز سیسم را بهبود بخشید .

در فصل ششم درباره چگونگی تقریب یک سیسم خطی با یک سیسم در دو پایینی تر بر اساس نزدیکی
پاسخ زمانی آنها و هم بر اساس نزدیکی پاسخ فرکانسی صحبت خواهیم کرد و درباره قطب های مؤثر
سیسم ها بحث کرده و نشان خواهیم داد که رفتار بسیاری از سیسم ها را می توان با سیسم های درجه اول
یا دوم تقریب زد و در نتیجه عملاً از پیچیدگی بر مطلق کردن محل تمامی قطبهای سیسم حلقه سیسم وجود
ندارد و فقط باید قطبهای مهم سیسم حلقه سیسم را در محل های مورد نظر صحت - قرار داد .
در فصل هفتم درباره روش طراحی مکان ریشه ها بحث خواهیم کرد و نشان خواهیم داد که چگونه
می توان با استفاده از جبران کننده های مناسب ، قطبهای مؤثر سیسم حلقه سیسم را در محل های
مناسب قرار داد و با استفاده از جبران کننده پس فاز می توان ضرایب قطبهای سیسم را افزایش داده و در

سیستم‌های سیستم‌های سیم‌کشی را در دست‌انداز کردن و ردی‌های سیم‌کشی داد.

در عمل هم به تفصیل درباره کنترل‌کننده‌های پی-آی-دی (PID) که در فرآیندهای صنعتی بصورت گسترده کاربرد دارند صحبت کرده و روش‌های مختلف تنظیم آنها را خواهیم سزود. سپس دربارهٔ سیم‌کشی استفاده از یک کنترل‌کنندهٔ پایدار برای پایدارسازی سیستم‌های سیم‌کشی صحبت کرده و دربارهٔ نکات عملی طراحی کنترل‌کننده و سیم‌کشی‌های کنترلی با پس‌فرزینزاد مد سیم‌کشی ارائه خواهیم کرد.

در فصل آرنیز دربارهٔ سیم‌کشی سیستم‌های دینامیکی صحبت خواهیم کرد. در ادامه‌ای این فصل به روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل اشاره کرده و نشان خواهیم داد که چگونه با نرم‌افزارهای پیش‌هادی می‌توان یک معادلهٔ دیفرانسیل داده شده را سیم‌کشی‌ارادیهٔ معینی حل نمود. سپس دربارهٔ تولید اعداد تصادفی و سیم‌کشی فرآیندهای اتفاقی اشاره کرده بر سیم‌کشی‌های کنترلی بحث خواهیم کرد.

فصل ۲ تعریف مُندُ طرایی کنترل کننده

در این فصل مُندُ طرایی کنترل کننده را به دقت تعریف خواهیم نمود و اشاره‌ای به علت استفاده از سیستم‌های حلقه بسته برای نیل به اهداف طرایی فراهم داشت. سپس نشان خواهیم داد که برای بررسی پایداری سیستم حلقه بسته باید پایداری تابع تبدیل مفروض را مورد بررسی قرار دهیم و همچنین نباید صرفاً قطب سیستم را که در سمت چپ محور قرار ندارند با قطب و صفر کنترل کننده حذف نمود چون اینست پایداری سیستم حلقه بسته فراهم است. قبل از پرداختن به بحث اصلی، مروری کوتاه بر مدل‌های مورد استفاده در این کتاب خواهیم داشت.

۲-۱ - مدل سیستم‌ها

در طول این کتاب فرض خواهیم کرد که رابطه‌ای ورودی $u(t)$ و خروجی $y(t)$ سیستم را می‌توان به وسیله یک معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت بیان کرد. عبارت دیگر فرضی خواهیم کرد که تابع تبدیل سیستم (نسبت تبدیل لابلاس خروجی به تبدیل لابلاس ورودی) تابعی گویا از s بوده و چند جمله‌ای صورت

تابع تبدیل را با $b(s)$ و چند جمله‌ای مخرج آن را با $a(s)$ نمایش خواهیم داد:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (2-1)$$

توجه کنید که فرض ما بر این خواهد بود که ضریب بزرگترین درجه چند جمله‌ای $a(s)$ عدد واحد می‌باشد. علاوه بر این با سیستم‌هایی سروکار خواهیم داشت که درجه چند جمله‌ای صورت تابع تبدیل آنها از درجه مخرج بزرگتر نباشد. به عبارت دیگر فرضی کنیم $m \leq n$. به تابع گویایی که درجه چند جمله‌ای صورت آن بزرگتر از درجه مخرج آن می‌باشد یک تابع گویای صحیح (Proper rational) گفته می‌شود. اگر درجه صورت کوچکتر از مخرج باشد این تابع گویا آلیه‌آ سره (Strictly proper rational) گفته می‌شود. البته در اکثر سیستم‌های فیزیکی همواره $m < n$ می‌باشد چون پاسخ پله‌ای یک سیستم فیزیکی نمی‌تواند نا محدودی داشته باشد. به عبارت دیگر در یک سیستم فیزیکی عمده تغییر یکباره ورودی باعث تغییر یکباره خروجی نمی‌شود. همینطور علاوه بر پیوستگی پاسخ پله‌ای سیستم، شیب

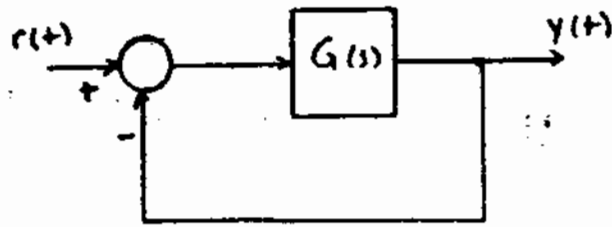
پاسخ به بسیاری از سیستم‌ها در $t=0$ صفر باشد یا معادلاً پاسخ فزاینده بسیاری از سیستم‌های فیزیکی در $t=0$ پیوسته باشد و برای برآورد بودن این خاصیت باید شرط $m < n-1$ برقرار باشد. در حالت کلی برای اینکه مشتق نام پاسخ به سیستم $(1-2)$ در $t=0^+$ صفر باشد باید شرط $m < n-1$ برقرار باشد. پس در حقیقت رابطه بین m و n نباید مقدار همواره بودن پاسخ به سیستم در $t=0$ است.

ذکر این نکته ضروری است که $(1-2)$ فقط مدلی مناسب برای بررسی رفتار یک سیستم باشد و رفتار بسیاری از سیستم‌های فیزیکی دقیقاً به سبب $(1-2)$ قابل بیان نیست. علی‌هذا، برای مدل کردن رابطه بین ورودی و خروجی سیستم حول یک نقطه که مناسبی از آن رفتار بسیاری از سیستم‌ها فیزیکی را برسد یک تابع تبدیل گویا تقریب زد پس همراه باید این نکته را در نظر داشته باشیم که مدل‌های مورد استفاده در مراحل مختلف مراحلی فقط تقریبی از واقعیت می‌باشند و حاصل سیستم را به دقت مدل مورد بررسی نباید در مراحل مختلف در نظر بگیریم. (به عبارت دیگر همه مدل‌های موجود دارای محدودیت‌هایی می‌باشند ولی استفاده نابجا از مدل‌ها هیچگونه محدودیتی ندارد!) [۳] [۴].

حافظه که می‌دانیم به ریشه‌های چندجمله‌ای مزخج تابع تبدیل قله‌های سیستم و به ریشه‌های معادله‌های صورت تابع تبدیل صفرهای سیستم می‌گویند. به علاوه طبق تعریف چندجمله‌ای صورت و مزخج تابع تبدیل سیستم نباید ریشه مشترکی داشته باشند چون در غیر این صورت می‌توان صورت و مزخج را در چند جمله‌ای دلخواه ضرب نمود بدون آنکه در تابع تبدیل تغییری حاصل شود و از این پس فرض خواهیم کرد که $a(s)$ و $b(s)$ ریشه مشترکی ندارند.

سیستم‌هایی که برسیدیه رابطه $(1-2)$ (با $m < n$) قابل بیان می‌باشند دارای خواص بسیار جالبی هستند. دو خاصیت بسیار مهم آنها این است که انتقال سری انتقال موازی اینگونه سیستم‌ها قابل تریف است. به عبارت دیگر مجموع و حاصل ضرب دو تابع گویا برده می‌باشند و برسیدیه رابطه $(1-2)$ قابل بیان می‌باشند.

حال کسی درباره از بستن حلقه فیدبک واحد در سیستم مدل $(1-2)$ صحبت خواهیم کرد. شکل $(1-2)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید که $G(s)$ تلمی گویا از s بوده و دانسته باشیم $m < n$ آنجا



شکل (۲-۱) - سیستم تحت پس‌خور واحد

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{b(s)}{a(s) + b(s)} \triangleq G_e(s) \quad (2-2)$$

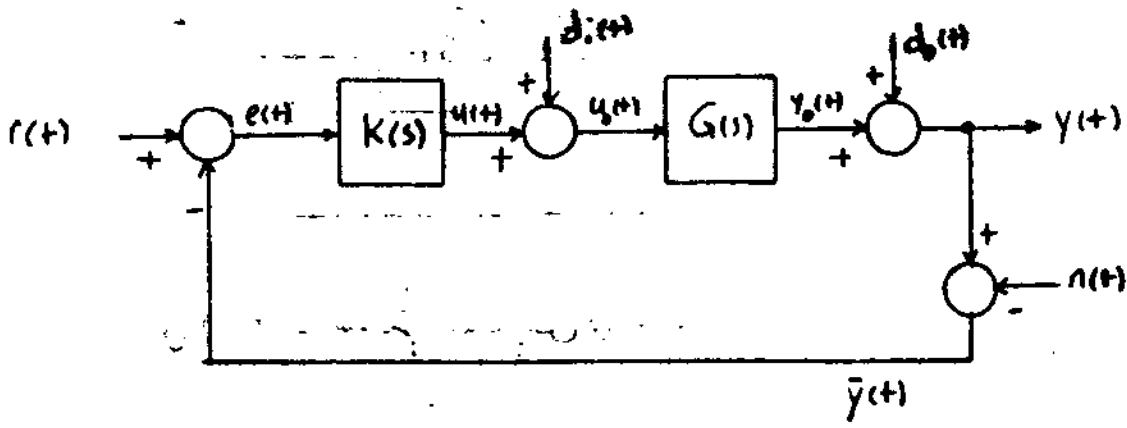
توجه کنید چون $m < n$ و می‌کنه آنگاه درجه چندمندی $a(s) + b(s)$ همان درجه چندمندی $a(s)$ هست یعنی n فواید بود پس $G_e(s)$ خود نیز تابعی گویا از s بوده و درجه صورت آن کوچکتر از درجه مخرج می‌باشد. البته اگر $m = n$ می‌بود، تحت شرایط خاص درجه $a(s) + b(s)$ می‌توانست کوچکتر از درجه $b(s)$ شده و در نتیجه $G_e(s)$ نرسیده (۲-۱) با فرقی $n < m$ قابل بیان نمی‌بود. البته اگر از این حالات خاص صرف نظر کنیم آنگاه در اکثر اوقات حتی برای $m = n$ نیز درجه صورت $G_e(s)$ بزرگتر از درجه مخرج آن خواهد شد. ما توجه به رابطه (۲-۲) واضح است که صفرهای سیستم حلقه بسته، ریشه‌های $b(s)$ است که همان صفرهای سیستم حلقه باز می‌باشند و فواید بر روی قطبهای سیستم حلقه بسته، ریشه‌های $a(s) + b(s)$ خواهند بود که یا ریشه‌های $a(s)$ (قطبهای سیستم حلقه باز) متفاوت است. توجه کنید که $b(s)$ و $a(s) + b(s)$ می‌توانند ریشه‌های مشترک داشته باشند چون $b(s)$ و $a(s)$ ریشه‌های مشترکی ندارند. پس نتیجه می‌گیریم که در اینجا اگر تمام ضرایب که در شکل (۲-۱) صفرهای سیستم حلقه باز $G(s)$ و صفرهای سیستم حلقه بسته $G_e(s)$

مشترک باشند باید در نظر گرفته شود تفاوت است.

آنچه که در این کتاب ما ساده‌ترین فرم یک سیستم کنترلی حلقه بسته را که در شکل (۲-۲) آمده است مورد بررسی قرار خواهیم داد. بسیاری از مسائل کنترلی می‌تواند به صورت دیاگرام (۲-۲) مدل شود.

۲-۲ - تعریف مسئله

در این کتاب ما ساده‌ترین فرم یک سیستم کنترلی حلقه بسته را که در شکل (۲-۲) آمده است مورد بررسی قرار خواهیم داد. بسیاری از مسائل کنترلی می‌تواند به صورت دیاگرام (۲-۲) مدل شود.



شکل (۲-۲) - دیالگرام بلوکی یک سیستم کنترلی نمونه

در این شکل $G(s)$ نمایانگر مدل سیستم فیزیکی مورد بحث می باشد و خروجی آنرا با $y(t)$ نمایش داده و ورودی آن را با $u(t)$ نمایش خواهیم داد. فرضی ما برای خواهد بود که ورودی سیستم از دو جزء $u(t)$ و $d_1(t)$ تشکیل شده است. در اینجا $d_1(t)$ اختلال ورودی می باشد و فرضی خواهیم کرد که تحت کنترل ما نمی باشد. البته رقم کلی اختلال در یا لطیف فرکانسی آن ممکن است بلورسای مهیا باشد. $u(t)$ نیز جزئی از ورودی سیستم می باشد که تحت کنترل ما بوده می توانیم آن را تغییر دهیم. خروجی کلی سیستم نیز که آنرا با $y(t)$ نمایش خواهیم داد یعنی است که رفتار آن مورد نظر ما بوده و $y(t)$ خود او خروجی $y_0(t)$ و $d_2(t)$ تشکیل شده است. در اینجا $y_0(t)$ جزئی از خروجی بوده که توسط $u_0(t)$ قابل تغییر است و $d_2(t)$ نیز اختلال خروجی می باشد که تحت کنترل ما نبوده و مستقیماً بر روی خروجی $y(t)$ تأثیر می گذارد. علاوه بر این می گوییم که $y(t)$ توسط یک اندازه گیر با نویز $n(t)$ برای استفاده در کنترل کننده اندازه گیری می شود. خروجی اندازه گیر را با $\bar{y}(t)$ نمایش می دهیم.

مقدار دلخواه خروجی $y(t)$ را با ورودی مناسبی $r(t)$ نمایش خواهیم داد. هدف کنترل کننده این است که با استفاده از $r(t)$ و $\bar{y}(t)$ ، سیگنال $u(t)$ مناسب را برای اعمال به سیستم محاسبه کند. البته در دیالگرام (۲-۲) فرض کرده ایم که جریان کننده (یا کنترل کننده) $K(s)$ فقط بر روی تفاضل $r(t) - \bar{y}(t)$ عمل می کند. به عوامل $r(t) - \bar{y}(t)$ (ناقص هوبون ۱۳۴۴) سیگنال خطا خواهیم گفت و آنرا با $e(t)$ نمایش می دهیم.

نمونه بد شکل (۲-۲). مسئله طراحی کنترل کننده $K(s)$ را می‌توان به این صورت بیان کرد که

می‌خواهیم $K(s)$ (که تابعی گویا دهمه از s باشد) را انتخاب کنیم تا خروجی $y(t)$ ورودی

منای $r(t)$ را (بدون خطا یا مازای کم) دنبال کرده و بی اثر اغتشاش‌های ورودی

$d_1(t)$ و خروجی $d_2(t)$ و ضریب‌های نویز اندازه‌گیری $n(t)$ بر روی خروجی $y(t)$ تا حد امکان

کاهش پیدا کند و سیستم حلقه بسته نیز پایدار باشد. البته این اعمال عملی باید با فرض تقریبی

بودن مدل سیستم یعنی $G(s)$ انجام شوند.

عموماً در مسئله کنترلی که معرفی نمودیم، اگر $r(t)$ هنوز با مقدار ثابتی باشد آنگاه به مسئله

کنترلی مربوط به یک رگولاتور یا مسئله طراحی یک رگولاتور (Regulator Problem) گفته

می‌شود. اگر ورودی منای $r(t)$ بازمان تغییر کند آنگاه به مسئله مورد بحث، مسئله

دنبال‌کننده (Tracking Problem) گفته می‌شود. مسئله رگولاتور عمده در فرآیندهای

سختی مورد استفاده فرایون دارد و در اینگونه سیستم‌ها وظیفه سیستم کنترلی در صحت از بین

بردن اغتشاش می‌باشد.

توجه شد که در تمام مراحل طراحی فرضی برای واحد برد که $G(s)$ ثابت بوده و داده شده است

در می‌توان آزادی تغییر داد. البته در بعضی از مسائل ممکن است که در نهایت به این نتیجه برسیم که

طبیعت سیستم پویای می‌باشد که کنترل آزا مشکل مزده است و برای کنترل مطلوب باید در

سیستم تغییراتی بدهیم که در نتیجه موجب بعضی شدن مدل $G(s)$ خواهد شد.

البته در بسیاری از موارد، لزومی به استفاده از سیستم کنترلی حلقه بسته صورت شکل

(۲-۲) می‌باشد و می‌توان با استفاده از یک کنترل کننده حلقه باز سیستم را کنترل نمود. منظور

از یک سیستم کنترلی حلقه باز سیستمی باشد شکل (۲-۲) می‌باشد که در آن حلقه

باز بازکننده -الت و یا به عبارت دیگر $\gamma(s)$ مداره صفر الت. طوریکه برای اینکه

خروجی منای $r(t)$ را دنبال کند، در یک سیستم کنترلی حلقه باز می‌توان همان‌گونه که $K(s)$

مکان سیستم $G(s)$ (یا تقریبی از معلوم $G(s)$ در یک محدوده فرکانسی مناسب)

تغییر نمود. اشکال سیستم حلقه باز این است که در آن می‌توان از اغتشاش‌های $d_1(t)$

و $d_2(t)$ را بر روی خروجی تصحیف نمود در حالیکه منظور از فراموش دید این عمل در سیستم کنترلی

توجه مکان نیز است.

سیستم های غیر متغیر نسبت به تغییرات ورودی و خروجی سیستم از جمله موارد
 ولی در سیستم های حلقه بسته نشان خواهیم داد که می توان حالت را تغییرات (۱۱۱) کاهش
 داد. بنابراین یک سیستم (۱۱۱) ناپایدار را به هیچ وجه نمی توان بصورت حلقه باز کنترل نمود
 در حالی که با استفاده از سیستم کنترلی حلقه بسته می توان این چنین سیستمی را پایدار کرد.
 پس بهترین خواص یک سیستم کنترلی حلقه بسته را می توان با قابلیت آن کاهش و یا از بین بردن اثرات
 کاهش حالت سیستم به تغییرات پارامترها، و پایدار نمودن یک سیستم ناپایدار ذکر نمود.
 البته استفاده از سیستم کنترلی حلقه بسته معایب خود را دارد که بهترین آنها افزایش
 قیمت سیستم و امکان ناپایدار شدن یک سیستم پایدار با استفاده از سیستم خود را می باشد، ولی
 معایب فنی نسبت به مزایای متعدد آن قابل اغماض بود و امروزه از سیستم های
 کنترلی حلقه بسته بصورت شکل (۲-۲) بوضوح در عمل استفاده می شود.

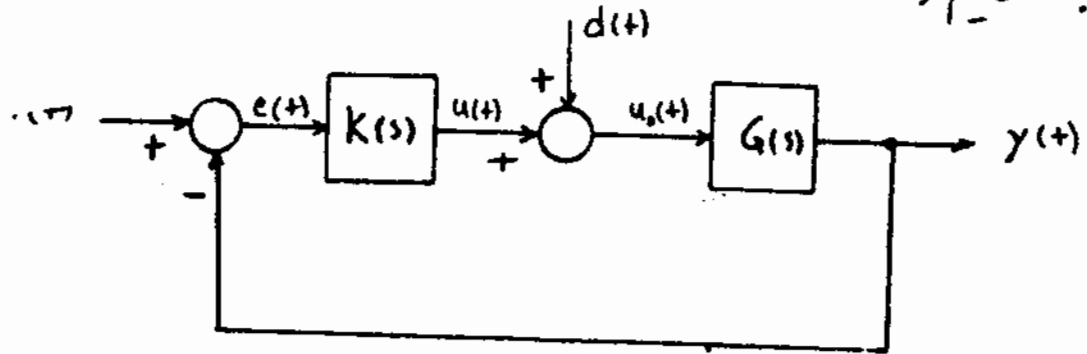
همانطور که در درس های قبل دیده اید، مهمترین خاصیت یک سیستم کنترلی حلقه بسته، پایداری
 آن می باشد و این خاصیت همواره باید دقیقاً مورد بررسی قرار گیرد. متأسفانه در اکثر کتابهای
 کارشناسی محدود ترین دقیقاً از پایداری سیستم حلقه بسته شکل (۲-۲) شده است و در قیمت
 بعد درباره این موضوع به تفصیل بحث خواهیم کرد.

۲-۳- پایداری سیستم حلقه بسته

در ابتدا موردی بر مفهوم پایداری (Stability) یک سیستم خواهیم داشت. همانطور که در درس های
 قبلی دیده اید، طبق تعریف یک سیستم از نظر ورودی - خروجی پایدار است اگر ورودی های
 محدود باعث خروجی های محدود شوند. به عبارت دیگر اگر m وجود داشته باشد به عبارتی
 $m \leq |u(t)|$ که در اینجا $u(t)$ ورودی سیستم می باشد، آنگاه باید بتوان کران
 M را بدست آورد بگونه ای که $M \leq |y(t)|$ که در اینجا $y(t)$ خروجی سیستم می باشد.
 برای سیستم های سببی که تابع تبدیل آنها تابعی گویا و ساده از s می باشد، پایداری از نظر ورودی -
 خروجی معادل است با اینکه تمامی ریشه های چند جمله ای مخرج تابع تبدیل در سمت چپ
 محور s قرار داشته باشند.

۱- Bounded Input - Bounded Output Stable. در این کتاب فرآه معتاد از پایداری یک سیستم
 منظور پایداری از نظر ورودی - خروجی خواهد بود.

حال که با مفهوم پایداری برای یک سیستم ساده ما ورودی $u(t)$ و خروجی $y(t)$ آشنا شده ایم، در ادامه درباره پایداری سیستم مرکبی که در صورت خواهم کرد.



شکل (۲-۳) - یک سیستم کنترلی با پس خور واحد

طبق تعریف سیستم ترکیب شکل (۲-۳) از نظر ورودی-خروجی پایدار است اگر سیستم ساده از ورودی مستقل (یا فرضی مفروضه ورودی دیگر) به هر خروجی قابل تعریف در سیستم حلقه بسته از هر ورودی خروجی پایدار باشد. توجه کنید که به نظر مثال سیگنالهای $e(t)$ و $u_1(t)$ علاوه بر خروجی واقعی $y(t)$ ، خروجیهای قابل تعریف در سیستم حلقه بسته می باشند. تعریف پایداری که اینجا ذکر شده کاملاً دقیق بوده و با توضیحی که عمده در کتابهای دوره کارشناسی کنترول می گذار متفاوت است. در اینگونه کتابها عمده برای پایداری سیستم حلقه بسته ذکر می کنند که ساده از $u(t)$ به $y(t)$ باید از نظر ورودی-خروجی پایدار باشد و همانطور که خواهم در تعریف دقیق و صریح می باشد [۱۳].

بنابراین شکل (۲-۴) واضح است که رابطه بین هر ورودی و هر خروجی قابل تعریف در

سیستم و این دو عبارتند یکی از چهار تابع تبدیل زیر بیان نمود:

$$G_{y,u}(s) \triangleq \frac{k(s) G(s)}{1 + k(s) G(s)} \quad (2-4)$$

$$G_{d,y}(s) \triangleq \frac{G(s)}{1 + k(s) G(s)}$$

بنابراین این دو سیستم ترکیب شکل (۲-۴) پایدار است اگر سیستم مرکب $(k(s), G(s))$

$$G_{n_1}(s) \triangleq \frac{K(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (2-5)$$

$$G_{n_2}(s) \triangleq \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \quad (2-6)$$

پس لینز مرکب شکل (۲-۳) پایدار است. اگر فقط از هر دو تابع تبدیل (۲-۲) تا (۲-۶) پایدار
 باشند خواهیم داد که پایداری (۲-۳) و (۲-۶) پایدار معادل بوده و همینطور برای تعیین
 طبق ترکیب کافی است که پایداری دو تابع تبدیل (۲-۴) و (۲-۵) را مورد بررسی قرار دهیم. علاوه بر
 کنترل کننده از فرادردی - فرقی پایدار می ماند (تطبیقی $K(s)$ هکی کمیت بود که در
 آنگاه پایداری لینز مرکب شکل (۲-۳) با پایداری تابع تبدیل (۲-۴) معادل است و در
 اینصورت فقط باید به شکل (۲-۳) پایداری یک تابع تبدیل خواهیم داشت [۱۳].

برای مایش حقیق در سنده در باره پایداری نتیجه گیری های کلی تر، در ادامه از
 مدلم که همان سنده $K(s)$ و لینز $G(s)$ در شکل (۲-۳) را بتوان صورت زیر نوشت

$$K(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{\bar{n}(s) \alpha(s)}{\bar{d}(s) \beta(s)} \quad (2-7)$$

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{\bar{b}(s) \beta(s)}{\bar{a}(s) \alpha(s)} \quad (2-8)$$

در اینجا $n(s)$ و $d(s)$ چند جمله ای های صورت و مخرج $K(s)$ بوده و طبق ترتیب
 ریشه مشترکی ندارند و همینطور $b(s)$ و $a(s)$ چند جمله ای های صورت و مخرج $G(s)$
 می باشد و این دو نیز طبق ترتیب ریشه مشترکی ندارند. چند جمله ای $\alpha(s)$ نیز بزرگترین
 مقوم علیه مشترک $n(s)$ و $a(s)$ می باشد و $\beta(s)$ نیز بزرگترین مقوم علیه مشترک
 $d(s)$ و $b(s)$ است. $\bar{n}(s) \triangleq n(s)/\alpha(s)$ ، $\bar{d}(s) \triangleq d(s)/\beta(s)$ ، $\bar{a}(s) \triangleq a(s)/\alpha(s)$ و
 $\bar{b}(s) \triangleq b(s)/\beta(s)$ علاوه بر این خواهیم که توابع $K(s)$ و $G(s)$ هر دو سده بوده و همینطور
 چند جمله ای $m(s)$ را صورت زیر تعریف می کنیم:

$$p(s) \triangleq \bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s) \quad (2-9)$$

مال با جایگزینی (۲-۷) و (۲-۸) در (۲-۹) خواهیم داشت

$$G_{xy}(s) = \frac{K(s) G(s)}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{n}(s) b(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s))} = \frac{\bar{n}(s) b(s)}{p(s)} \quad (2)$$

$$G_{dy}(s) = \frac{G(s)}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{d}(s) \bar{b}(s) \beta(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s)) \alpha(s)} = \frac{\bar{d}(s) \bar{b}(s) \beta(s)}{p(s) \alpha(s)} \quad (3)$$

$$G_{ru}(s) = \frac{K(s)}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s)) \beta(s)} = \frac{\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)}{p(s) \beta(s)} \quad (4)$$

$$G_{re}(s) = \frac{1}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{d}(s) \bar{a}(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s))} = \frac{\bar{d}(s) \bar{a}(s)}{p(s)} \quad (5)$$

و طبق به روابط (۲۷) و (۲-۸) و همچنین $\alpha(s)$ و $\beta(s)$ می دانیم که $\bar{n}(s)$ و $\bar{a}(s)$ ریشه مشترک ندارند و همچنین $\bar{d}(s)$ و $\bar{b}(s)$ ریشه مشترکی نخواهند داشت. پس صورت و مخرج (۲-۱۰) باینده ریشه مشترکی ندارند. همچنین صورت و مخرج (۲-۱۳) نیز باینده ریشه مشترکی ندارند. پس باینده (۲-۱۰) و (۲-۱۳) باینده نیز مفادند.

بنابراین به سادگی می توان مشاهده کرد که $\bar{d}(s) \bar{b}(s) \beta(s)$ ریشه مشترکی با $\bar{a}(s)$ نداشته و $\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)$ نیز ریشه مشترکی با $\beta(s)$ ندارد. پس در صورت باینده (۲-۱۱)

توجه گرفت که تمامی ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند و اگر تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند و $\bar{a}(s)$ و $\bar{b}(s)$ باینده می باشند. همچنین در

باینده (۲-۱۲) می توان نتیجه گرفت که تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند. ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند. $\bar{a}(s)$ و $\bar{b}(s)$ باینده می باشند. $\bar{d}(s)$ و $\bar{n}(s)$ ریشه مشترکی با $\beta(s)$ ندارد ولی $\beta(s)$ مستقیم است با $\bar{a}(s)$ ریشه

مشترک می باشد. همچنین $\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)$ ریشه مشترکی با $\beta(s)$ ندارد ولی $\beta(s)$ مستقیم است با $\bar{a}(s)$ ریشه مشترک می باشد.

بنابراین به سادگی می توان مشاهده کرد که $\bar{d}(s) \bar{b}(s) \beta(s)$ ریشه مشترکی با $\bar{a}(s)$ نداشته و $\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)$ نیز ریشه مشترکی با $\beta(s)$ ندارد. پس در صورت باینده (۲-۱۱)

توجه گرفت که تمامی ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند و اگر تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند و $\bar{a}(s)$ و $\bar{b}(s)$ باینده می باشند. همچنین در باینده (۲-۱۲) می توان نتیجه گرفت که تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند. ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم می باشند. $\bar{a}(s)$ و $\bar{b}(s)$ باینده می باشند. $\bar{d}(s)$ و $\bar{n}(s)$ ریشه مشترکی با $\beta(s)$ ندارد ولی $\beta(s)$ مستقیم است با $\bar{a}(s)$ ریشه

مشترک می باشد. همچنین $\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)$ ریشه مشترکی با $\beta(s)$ ندارد ولی $\beta(s)$ مستقیم است با $\bar{a}(s)$ ریشه مشترک می باشد.

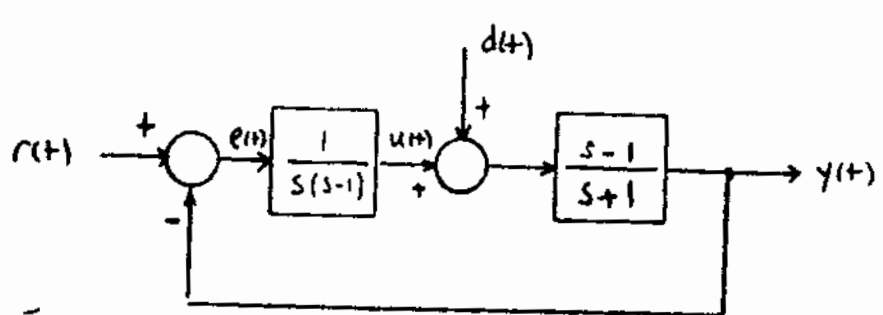
(۲-۱۴)
 معادله
 پایدار
 در
 (۲-۲)
 رسید

ال لستون کنده $K(s)$ پایدار باشد، آنگاه پایداری به (۲-۷) واضح است که
 ریشه های $B(s)$ همگی سمت چپ محور سن خواهند بود. پس اگر $G(s)$ تابع تبدیل
 (۲-۱۱) پایدار باشد، آنگاه واضح است که ریشه های $A(s)$ همگی سمت چپ محور سن
 خواهند بود. علاوه بر ریشه متناهی صورت و مخرج (۲-۱۱) فقط می توانیم بین $B(s)$ و $A(s)$ ممانعت
 رد صورتی که ریشه های $B(s)$ همگی سمت چپ محور سن باشد، آنگاه طبیعتاً ریشه های
 ممانعت $B(s)$ و $A(s)$ نیز همگی سمت چپ محور سن خواهند بود. پس از روی پایداری
 (۲-۱۱) و با فرض سمت چپ بودن ریشه های $B(s)$ می توانیم نتیجه گرفت که ریشه های $A(s)$ همگی
 سمت چپ بوده و در نتیجه می توان پایداری (۲-۱۰)، (۲-۱۱) و (۲-۱۲) را نتیجه گرفت. پس
 با فرض پایداری $K(s)$ ، پایداری سیستم مرکب شکل (۲-۳) با پایداری $G(s)$ (۲-۱۱) معادل می باشد.

(۲-۲)
 صورت
 حواص
 روی
 تابع
 (۲-۱۲)

معادل می باشد.
 منظور می توان نشان داد که با فرض پایداری $G(s)$ ، سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳)
 پایدار است، اگر فقط از $G(s)$ (تابع تبدیل) (۲-۱۲) پایدار باشد. پس در این حالت نیز
 فقط کافی است که پایداری یک تابع تبدیل را مورد بررسی قرار دهیم.
 نکته مهم دیگر این است که اگر حذف ناپایداری بین $K(s)$ و $G(s)$ اتفاق نیفتد و یا به
 عبارت دیگر اگر ریشه های $A(s)$ و $B(s)$ همگی سمت چپ محور سن باشد، آنگاه پایداری
 (۲-۱۰)، (۲-۱۱) و (۲-۱۲) همگی با یکدیگر معادل است. پس برای تشخیص پایداری
 سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳) با فرض عدم وجود حذف ناپایداری، می توان پایداری هر یک از توابع
 تبدیل (۲-۱۰) تا (۲-۱۲) را مورد بررسی قرار داد. در ادامه به ذکر یک مثال می پردازیم.

مثال ۲-۱: درباره پایداری سیستم حلقه بسته زیر اظهار نظر کنید



شکل (۲-۴) - ناپایداری بخاطر حذف صورت سمت چپ محور سن

با استفاده از یازام مغزی واضح است که داریم :

$$G_{ry}(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$G(s) = \frac{s(s-1)}{s^2 + s + 1}$$

(۲-۱۴)

$$G_{ru}(s) = \frac{s+1}{(s-1)(s^2 + s + 1)}$$

$$G_{re}(s) = \frac{s(s+1)}{s^2 + s + 1}$$

ملاحظه چون تابع تبدیل $G_{ru}(s)$ از نوآوردی خودی بایدارنی باشد، پس نسبت طلعه نسبت به هر زنگ بایدار نیست! توجه کنید که در اینجا هر ۲ تابع تبدیل G_{ry} ، G_{re} و G_{ru} بایدار می باشند • در انتهای این قسمت در این نکته ضروری است که بایدارهای سیستم های شکل (۲-۳) و شکل (۲-۲) با یکدیگر معادل است چون در سیستم شکل (۲-۲) نیز تابع تبدیل بین هر ورودی و هر خروجی مشابه یکی از چهار تابع تبدیل (۲-۳) تا (۲-۶) قابل بیان می باشد.

۲- حذف صف و قطب سیستم و کنترل کننده

در قسمت قبل مشاهده کردیم که در هنگام بررسی بایدارهای سیستم طلعه نسبت باید به حذفی صورت گرفته بین صف و قطب های سیستم و کنترل کننده توجه خاصی مبذول داریم. در این قسمت نشان خواهیم داد که وقتی حذف صف و قطب های بایدار نیز باید به وقت انجام شود چون بر روی کارایی سیستم تأثیر می گذارد.

سیستم شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید. همانطور که در قسمت (۲-۳) توضیح داده شد، تابع تبدیل بین ورودی مناس (۲-۴) و خروجی کنترل کننده $(u+1)$ بصورت رابطه (۲-۲۲) (تابع $G_{ru}(s)$) می باشد. پس صف های سیستم که بوسیله قطب های کنترل کننده حذف شده اند (ریشه های $\beta(s)$) بصورت قطب های تابع تبدیل $G_{ru}(s)$ ظاهر خواهند شد.

طله از بعضی از این صف های حذف شده سیستم در نزدیکی محور منفرجه (و البته مستقیم) قرار داشته باشند، آنگاه مدت زایل زیادی طول خواهد کشید تا اثر تغییرات u بر روی u از بین برود. توجه کنید که تابع (۲-۱۱) $G_{ru}(s)$ ، تابع تبدیل مهمی است چون نمایانگر حلونتی تغییرات ورودی دستر داده شده به سیستم برای هر ورودی مناسی (۲-۴) می باشد و در مراحل مختلف طراحی باید رفتار (۲-۱۱) را صد بررسی قرار دهیم.

علاوه قطبهای سیستم (G(5)) که توسط صفهای کنترل کننده (K(5)) حذف می شوند
 (یعنی ریشه های (5)) همگی صورت قطبهای تابع تبدیل $G_{hp}(s)$ ظاهر خواهند شد. پس اگر
 قطبهای حذف شده سیستم در نزدیکی محور $s=0$ (و البته سمت چپ) قرار داشته باشند، آنگاه مدت
 زمان زیادی طول خواهد کشید تا اثر انتقال $d(+)$ بر روی خروجی $y(+)$ از بین برود و این ممکن
 است قابل قبول نباشد.

با توجه به مطالب ذکر شده علاوه بر اینکه حذف صفز قطب بر روی محور $s=0$ و یا سمت راست آن
 هیچگاه نباید صورت بگیرد (چون سیستم حلقه بسته باید ارتعاش پذیر) حتی حذف صفز قطب سیستم
 و کنترل کننده در سمت چپ محور $s=0$ نیز باید با احتیاط صورت گرفته و پس از انجام حذف همواره
 باید رفتار تابع تبدیل $G_{hp}(s)$ و $G_{hp}(s)$ را بدقت مورد بررسی قرار دهیم. البته صفز و قطب حذف
 شده خود را در تابع تبدیل از ردی مناسبت خودی نمایش نخواهند داد.

۲-۵ - خلاصه

در این فصل علت استفاده از سیستم های حلقه بسته را توضیح داده و مسئله طراحی کنترل کننده را
 به دقت تعریف کردیم. علاوه بر این سیستم حلقه بسته را نیز مورد بررسی قرار داده و نشان دادیم که در
 مراحل طراحی کنترل کننده همواره باید حذف های صورت گرفته بین سیستم و کنترل کننده را بدقت زیر نظر
 داشت باشیم. در فصل بعدی درباره چگونگی نیل به اهداف ذکر شده در این فصل به دقت بحث
 خواهیم کرد.

دنبال کردن دستور و ازین بردن امتعاش

در این فصل دربارهٔ حلقه‌های دنبال کردن دستور (Command Following) $(r(s))$ و ازین بردن یا کاهش اثر امتعاش (Disturbance Rejection) بر اساس عمل عملی سیستم و کنترل کننده و پاسخ فرکانسی آنها به تفصیل بحث خواهیم کرد. سپس دربارهٔ مفهومی خاصیت کارایی سیستم به تغییرات پارامترهای آن و ازین فرور در کاهش این خاصیت صحبت می‌کنیم. در انتها نیز چگونگی مقلوب کردن یک سیستم و کاهش اثر امتهای غیر فنی در حلقهٔ کنترلی را با استفاده از این فرور به طور گذرا مورد بررسی قرار خواهیم داد.

۳-۱ - دنبال کردن ورودی مسا و ازین بردن اثر امتعاش - مدل قطبها

مانند آنچه در فصل ۲ مشاهده کردید، هدف بسیاری از سیستم‌های کنترلی، دنبال کردن یک ورودی مناسبتی $r(s)$ و کاهش اثر امتعاش ورودی $d(s)$ و امتعاش خروجی $y(s)$ بر روی خروجی سیستم یعنی $y(s)$ می‌باشد. (برای دیالوگ بلوکی سیستم حلقه بسته مورد بحث می‌توانید به شکل (۲-۲) مراجعه کنید). در این قسمت دربارهٔ حلقه‌های انجام این عمل بر اساس عمل قطبهای $K(s)$ صحبت خواهیم کرد.

حال سیستم حلقه بسته شکل (۲-۲) را در نظر گرفته و فرض کنید که این سیستم حلقه بسته پایدار باشد. فرض کنید که تبدیل لاپلاس ورودی مناسبتی $r(s)$ یک تابع گویای الیفاً سره به صورت

$$R(s) = \frac{n_r(s)}{d_r(s)}$$

از ریشه‌های $d_r(s)$ در سمت چپ محور عمود باشند (به صفت این فرض به این معنی است که از مودهای $r(s)$ نارمان به سمت صفر میل می‌کنند) آنگاه به سادگی در ادامه نشان داد که خروجی سیستم $y(s)$ ، ورودی مناسبتی $r(s)$ را بدون خطای ماندگار

دنبال خواهد کرد (و یا به عبارت دیگر سئوال فضای $e(t)$ با زمان دست صفر میل خواهد کرد) از
 وقتها از قطبهای تابع تبدیل $K(s)G(s)$ ، قطبهای $R(s)$ (یعنی ریشه های چند جمله ای $d_p(s)$)
 را شامل باشد.

ترجیح اینکه از سئوال مبنایا زمان به سمت صفر میل کند و از سیستم پدیدار باشد، آنگاه فرقی و
 ورودی مبنای در حالت ماندگار هر دو همزاده و خطایی وجود نخواهد داشت و هدف اصلی ما از در
 نتیجه بالا این است که به ما نشان می دهد تحت چه شرایطی سئوالهایی که ما زمان به سمت صفر میل
 می کنند (مانند پله، سیب، سینوس، ... یا ترکیبی از اینها) را می توان بدون خطای ماندگار دنبال
 کرد. بطور مثال با استفاده از نتیجه ذکر شده واضح است که برای دنبال کردن ورودی مبنای پله
 احتیاج به داشتن آنلاک استرال گیر در درون $K(s)G(s)$ می باشد ($K(s)G(s)$ باید آنلاک از نوع
 اول (Type I) باشد).

برای مابقی نتیجه ذکر شده فرض کنید $K(s)G(s)$ رابطه صورت کسره درجه بندی $n(s)$ و $d(s)$

$$K(s)G(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \quad (3-2)$$

که در اینجا $n(s)$ و $d(s)$ ریشه مشترکی ندارند. معادله فرض می کنیم که درجه $n(s)$ کوچکتر از
 درجه $d(s)$ است. تابع تبدیل از ورودی مبنای $r(t)$ به فضای $e(t)$ در شکل
 (2-3) بصورت زیر است:

$$G_{re}(s) = \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \quad (4-2)$$

$$G_{re}(s) = \frac{d(s)}{n(s) + d(s)} \quad (4-1)$$

ترجمه چون $n(s)$ و $d(s)$ ریشه مشترکی ندارند پس $d(s)$ و $n(s) + d(s)$ نیز ریشه مشترکی
 نخواهند داشت. با ضرب $G_{re}(s)$ در AU ، تبدیل لاپلاس سئوال خطا به دست خواهد آمد:

$$E(s) = \frac{d(s)}{n(s) + d(s)} \frac{n_r(s)}{d_r(s)} \quad (3-5)$$

در ادامه رفتار سئوال $e(t)$ را مورد بررسی قرار می دهیم.
 در ابتدا فرض کنید که قطبهای $K(s)G(s)$ ، قطبهای $R(s)$ را شکل باشد. به عبارت دیگر $d_p(s)$
 وجود داشته باشد بطوریکه $d(s) = \alpha(s)d_p(s)$. با جایگزینی در (3-5) داریم:

در اینجا برای سادگی در این رابطه $\alpha(s)$ را در نظر می گیریم.

$$E(s) = \frac{\alpha(s) d_p(s)}{n(s) + d(s)} \cdot \frac{n_r(s)}{d_p(s)} = \frac{\alpha(s) n_r(s)}{n(s) + d(s)} \quad (3-6)$$

و چون سیستم حلقه بسته پایدار می‌گردد پس $G_p(s)$ نیز از نظر ورودی - خروجی پایدار بوده و ریشه‌های $n(s) + d(s)$ همگی در سمت چپ محور مجزا قرار دارند و با استفاده از تئوری مقدار نهایی داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \alpha(s) n_r(s)}{n(s) + d(s)} = 0 \quad (3-7)$$

و در نتیجه خطا نامرئی در سمت صفر میل خواهد کرد.

بنابراین ریشه‌های $d_p(s)$ همگی بر روی محور مجزا یا سمت راست آن قرار دارند، پس $d_p(s)$ ریشه‌های $n(s) + d(s)$ شناخته‌شده در نتیجه با استفاده از پیش‌فرضی، رابطه (3-5) را می‌توان به صورت زیر نوشت (توجه کنید که $\beta(s)$ و $\gamma(s)$ دو چند عددی می‌باشند):

$$E(s) = \frac{d(s) n_r(s)}{(n(s) + d(s)) d_p(s)} = \frac{\beta(s)}{n(s) + d(s)} + \frac{\gamma(s)}{d_p(s)} \quad (3-8)$$

حال اگر $e(t)$ بتواند نامرئی در سمت صفر میل کند، $\gamma(s)$ باید صفر باشد چون ریشه‌های $d_p(s)$ همگی بر روی محور مجزا یا سمت راست آن قرار دارند، پس داریم:

$$\frac{d(s) n_r(s)}{(n(s) + d(s)) d_p(s)} = \frac{\beta(s)}{n(s) + d(s)} \quad (3-9)$$

و چون $n_r(s)$ و $d_p(s)$ ریشه‌های شناخته‌شده برای پروژکتور (3-9) باید $d(s)$ در $d_p(s)$ بخش پذیر باشد. پس با فرضی پایدار سیستم حلقه بسته، $e(t)$ بازمانده سمت صفر میل خواهد کرد، اگر فقط

از قطب‌های $K(s)G(s)$ قطب‌های $R(s)$ که بر روی محور مجزا یا سمت راست آن قرار دارند را شامل باشد [3].

در ادامه درباره قطب‌های از بین بردن از افتش من بر روی خروجی بحث خواهیم کرد. حال دوباره

سیستم حلقه بسته شکل (3-3) را در نظر گرفته و فرض کنید که این سیستم حلقه بسته پایدار باشد. همچنین فرض کنید که تبدیل لاپلاس $d(s)$ یک تابع گویای آلیدا مرتبه n در سمت صفر باشد:

$$D(s) = \frac{n_d(s)}{d_d(s)} \quad (3-10)$$

و همچنین از ریشه‌های $d(s)$ در سمت چپ محور مجزا نباشند (مانند قبل هیچکدام از ورودی‌ها $d(s)$ بازمانده سمت صفر نمی‌روند) آنگاه می‌توان با دقتی مشاهده کرد که از قطب‌های $K(s)$

همگی $D(s)$ را شامل باشد، آنگاه از $d(s)$ بر روی خروجی $y(t)$ بازمانده سمت

صفر میل خواهد نمود. بنابراین از $d(s)$ بر روی خروجی $y(t)$ بازمانده سمت صفر میل کند

این نتیجه را Internal Model Principle گفته می‌شود. یعنی برای دنبال کردن ورودی‌ها، باید در درون $K(s)G(s)$ وجود داشته باشد.

و سیستم $G(s)$ صفوی بر روی محور s یا سمت راست آن مدائنته باشد، آنگاه قطبهای $K(s)$ حتماً قطبهای $D(s)$ را شامل خواهد بود. پس با قرار دادن یک استرال ϵ در درون $K(s)$ نظارتش می توان از امتتاسش بده را بر روی خودی سیستم ازین برد.

نکته مهمی را که باید در اینجا در نظر گرفت و عمده^۱ دانشجویان را با مشکل روبروی کند، این است که اگر امتتاسش $d(s)$ را می دانیم پس چگونه می توان گفت که تبدیل لاپلاس آن فرم $(s-1)$ را دارد؟ توجه کنید که داشتنی قطبهای تبدیل لاپلاس به این معنی می باشد

که $d(s)$ کاملاً منفی می باشد. نظارتش تمام ورودی های پله (با اندازه دلخواه) دارای تبدیل لاپلاسی صورت A/s می باشد، پس قطبهای تمامی این سیستمها در $s=0$

قرار دارد و با قرار دادن استرال ϵ درون $K(s)$ می توان از تمامی این امتتاسشها را ازین برد. همیشه با قرار دادن در قطب $s=+2$ در $K(s)$ می توان از تمام سیستمهای سیستمی

(رنگی به) با هر اندازه را بر روی خودی ازین برد. علاوه تمامی سیستمهایی که آرام یقینی کنند را می توان با پله تقریب زد و اگر سیستم تعداد از امتتاسشات بده را بر روی خودی ازین ببرد آنگاه خواهد توانست که از تمام سیستمهایی که آرام نیز یقینی کنند را بر روی خودی ازین ببرد.

امتتاسش که در شکل (۲-۳) آمده است، متناز با امتتاسش ورودی در شکل (۲-۲)

می باشد با توجه به مطالب ذکر شده واضح است که از تقویم امتتاسش خودی $d(s)$

شکل (۲-۳۱) را بر روی خودی ازین بریم، آنگاه گمانی است که قطبهای حاصل ضرب $K(s)G(s)$

قطبهای (ناپایدار) تبدیل لاپلاس $d(s)$ را شامل باشد. در ادامه در ذکر یک مثال درباره جدولین استفاده از نتایج این قسمت خواهیم پرداخت.

مثال ۳-۱: سیستم کنترلی حلقه بسته شکل (۲-۳۲) را در نظر بگیرید و فرض کنید که

$$G(s) = \frac{1}{s+2} \quad (۲-۱۱)$$

صراحت کننده $K(s)$ را به گونه ای طراحی کنید تا پاسخ سیستم نه در روی پله خطای ماندگار نداشته باشد و ماکزیم جسی بر روی پله $2/s$ باشد. همیشه از امتتاسشانی که صورت پله می باشد نیز در حالت ماندگار بر روی خودی ازین برود.

مزی آینه بتوان بر روی پله را بدون خطا دنبال نمود، $K(s)G(s)$ باید اقلت یک قطب در

$s=0$ داشته باشد. پس ساده ترین فرم ممکن برای صراحت کننده $K(s) = k/s$ می باشد.

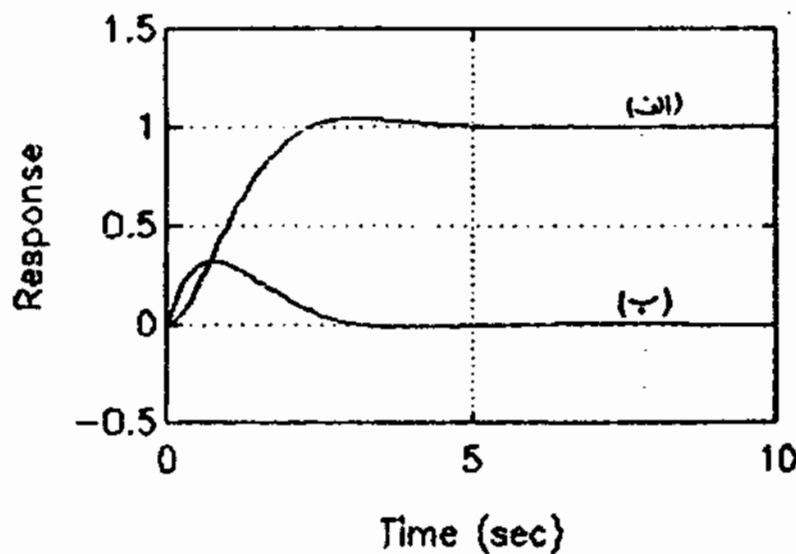
در این مسئله محض در سنجش ما انتخاب $K(s)$ به صورت یک کنترل کننده، از امتحان می‌کنیم که به صورت پله می‌باشد. ورودی فرقی این واحد رفت. پس گامی است تا به K را اندازای انتخاب کنیم تا ما را s شود. معادله منقسمه سیستم حلقه بسته به صورت

$$s^2 + 2s + K \quad (3-12)$$

می‌باشد. برای اینکه ما را s شود، باید $\frac{K}{s} = 1$ شود پس گامی است $K=2$ انتخاب شود و با این انتخاب جبران کننده $K(s)$ به صورت زیر خواهد بود

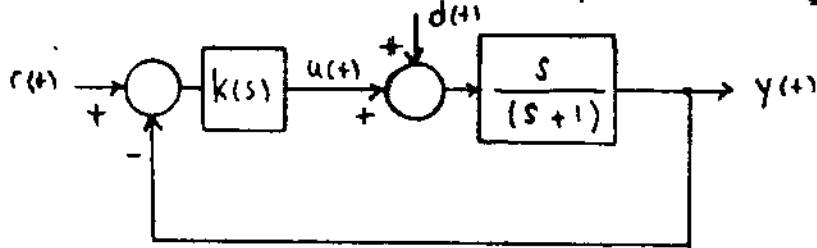
$$K(s) = \frac{2}{s} \quad (3-13)$$

پایه سیستم حلقه بسته به ورودی منبسطی پله واحد و ورودی امتحان می‌باشد و در شکل (3-11) رسم شده است. ما توجه به معادله منقسمه واضح است که زمان نشست $(t_s \approx 4)$ ثانیه بوده و این امر خوبی از روی پاسخ رسم شده مشخص است. البته ما استفاده از اصل جمع آنها، در صورت ورود امتحان ورودی منبسطی به صورت همان بادی بهترین با ترکیب پاسخهای شکل (3-11)، فرقی $y(t)$ سیستم حلقه بسته را بدست آورد. همیشه توجه کنید که از حلقه بسته خود را باز کرده و سیستم را به صورت حلقه باز کنترل می‌کنیم. آنگاه به هیچ وجه نمی‌توان از امتحان $d(t)$ را ورودی فرقی $y(t)$ گامی داد. البته در اینجا فرقی می‌کنیم که فقط فرقی از ورودی بین $u(t)$ تحت کنترل ما بوده و امتحان نیز قابل اندازه گیری می‌باشد



شکل (3-1) - الف) $y(t)$ برای $r(t)$ پله واحد
ب) $y(t)$ برای $d(t)$ پله واحد

مثال ۳-۲: در این مثال سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید.



شکل (۳-۲). شکل مثال (۳-۲)

می خواهیم جریان کسده $K(s)$ را بدنه ای پیدا کنیم تا خروجی سیستم ورودی میلی به را بدون خطای ماندگار دنبال کند. در اولین نگاه ممکن است جریان کسده $K(s) = \frac{1}{s^2}$ برای این هدف مناسب برسد چون ما این انتخاب $G(s)K(s)$ یک قطب در $s=0$ داشته و شرایط قضیه ای که قبلاً ذکر کرده ایم برای دنبال کردن ورودی به واحد برقرار بوده و $G_p(s)$ نیز پایدار می باشد.

از آنجایی دقیقه به این مطلب بپردازیم متوجه خواهیم شد که سیستم حلقه بسته ما به آن کسده پیشنهادی پایدار نمی باشد چون ما این $K(s)$ و $G(s)$ حذف ورودی مکرر نیز یا کمالت آن اتفاق افتاده است! در واقع اگر تابع تبدیل از r به u را در این مثال می دانیم، خواهیم داشت

$$G_u(s) = \frac{s+1}{s(s^2+s+1)} \quad (3-14)$$

که از نظر ورودی - خروجی پایدار نمی باشد! توصیه فیزیکی نتایج بدست آمده بسیار ساده است. تابع تبدیل سیستم $G(s)$ در این مثال نمایانگر یک مشتق بگیر بوده که خروجی آن از یک فیلتر پائین گذار رد شده است. پس اگر بخواهیم خروجی این سیستم مقدار ثابتی را همواره حفظ کند، ورودی آن باید با شیب ثابت افزایش پیدا کند و در نتیجه $u(t)$ تا زمان زیاد شده و مقدار محدودی نخواهد داشت. این نیز علت ناپایداری سیستم حلقه بسته است.

با توجه به مطالب ذکر شده واضح است که در این مثال مخصوص هیچگاه نمی توان $K(s)$ را بدنه ای انتخاب کرد تا خروجی سیستم مستقل به را بدون خطای ماندگار دنبال کند چون برای قرار دادن اشتغال لیر در دون $G(s)K(s)$ همواره باید صفر سیستم در $s=0$ را با قطب کنترل کسده حذف کنیم و این لبب ناپایداری سیستم حلقه بسته خواهد شد.

در این قسمت دربارهٔ جدتی دنبال کردن ورودی مبنای گامی از اثباتش بر اساس
 معیارهای مناسب در حوزهٔ فرکانس صحبت خواهیم کرد. برای این منظور در ابتدا احتیاج به
 چند تعریف اولیه داریم.

سینیل $\epsilon(+)$ یا تبدیل موریه $R(\omega)$ را در نظر بگیرید. محدودهٔ فرکانسی ω را بر اساس
 طیف $\epsilon(+)$ به صورت زیر ترتیب می‌کنیم

$$(2-15) \quad \{ \omega \mid |R(\omega)| > \epsilon \}$$

که در اینجا ϵ همواره یک آستانه از قبل مشخص شده است. در حقیقت ω نمایانگر آن فرکانسها
 است که سینیل $\epsilon(+)$ بیشتر از ϵ در آن خواهد داشت (هم عمده ϵ را مقدار
 ترکیبی انتخاب می‌کنیم).

برای بدست آوردن خطای سیستم در دنبال کردن یک ورودی مبنای در سیستم فیلتر شده شکل
 (2-2). گامی است که تابع تبدیل از ϵ به $\epsilon(\omega)$ را مورد بررسی قرار دهیم. (در
 این مرحله فرض می‌کنیم که d_1, d_2, \dots, d_n همگی صفر بوده و فقط از ϵ را بررسی می‌کنیم)
 مانده شکل واضح است

$$(3-12) \quad G_{re}(s) = \frac{1}{1 + K(s)G(s)}$$

حال ماژن پایدار، سیستم فیلتر شده. به یک ورودی مبنای $\epsilon(+)$ سینوسی با فرکانس ω در سیستم اعمال می‌کنیم.
 آنگاه با استفاده از خطی بودن و رابطه (3-12) می‌توانیم که $\epsilon(+)$ نیز خود یک سینیل سینوسی با
 فرکانس ω بوده و اندازه آن مقدار $|G_{re}(j\omega)|$ تقویت (یا تضعیف) شده و فاز آن
 نیز مقدار $\angle G_{re}(j\omega)$ که تغییر پیدا خواهد کرد. با استفاده از این حقیقت واضح
 است که برای گامی خطای سیستم در دنبال کردن یک سینیل سینوسی با فرکانس ω ،
 کافی است که اندازه $|G_{re}(j\omega)|$ را تا حد امکان کوچک کنیم و یا معادلاً اندازه $|1 + K(j\omega)G(j\omega)|$
 را تا حد امکان بزرگ انتخاب کنیم و بزرگ بودن اندازه $|1 + K(j\omega)G(j\omega)|$ در مقایسه با عدد واحد با
 بزرگ بودن اندازه $|K(j\omega)G(j\omega)|$ معادل است. حال اگر طبق ترتیب قبلی، محدودهٔ فرکانسی که
 $\epsilon(+)$ در آن بیشتر از ϵ را دارد با ω همپوشانی داشته باشد، آنگاه برای دنبال کردن این سینیل با خطای کم کافی است

$$|K(j\omega)G(j\omega)| \gg 1, \quad \omega \in \Omega_\epsilon$$

و نتیجه می‌گیریم:
 (3-17)

توجه کنید که برای هر عدد متعلق به \mathbb{C} نامرئی α باید داشته باشیم

$$(3-18) \quad |\alpha + 1| \leq |\alpha + i| \leq |\alpha - 1|$$

و اگر $\alpha \gg 1$ باشد (بدون توجه به فاز آن) خواهیم داشت $|\alpha + 1| = |\alpha + i|$ پس بطور مثال برای یک سیگنال $x(t)$ میزنند داشته باشیم

$$(3-19) \quad \Omega_r = \{ \omega \mid |\omega| \leq 3 \text{ rad/sec} \}$$

آنگاه برای اینکه تمام ورودی‌های سینوسی با فرکانس کمتر از 3 rad/sec را با فاسی کمتر از 10% دنبال کنیم، باید داشته باشیم

$$(3-20) \quad \omega \in \Omega_r, \quad |1 + K(s)G(s)| \gg 10$$

و با استفاده از رابطه (3-18) واضح است که ما انتخاب

$$(3-21) \quad \omega \in \Omega_r, \quad |K(s)G(s)| \gg 11$$

مربوط به (3-20) (بدون توجه به فاز $K(s)G(s)$) همراه برقرار خواهد بود.

با توجه به مطالب ذکر شده واضح است که برای دنبال کردن یک سیگنال مناسب در محدوده

فرکانسی که این سیگنال بیشتر انرژی خود را دارد باید اندازه $K(s)G(s)$ را بزرگ انتخاب

ماییم. توجه کنید که قرار دادن یک استرال کلم در $K(s)G(s)$ باعث شده که

اندازه $K(s)G(s)$ در فرکانسهای پایین بزرگ شده و در نتیجه میسر بتواند ورودی‌های

فرکانس پایین را با فاسی کم (و ورودی‌های ثابت را با فاسی صفر) دنبال کند و در

نتیجه رابطه (3-17) با مطالب قسمت (3-1) کاملاً مکهود می‌باشد.

حال اگر از انتقاس خودی $d_0(s)$ را بردی $\gamma(s)$ در شکل (2-2) بردی کنیم،

واضح است که تابع تبدیل از d_0 به γ همان تابع تبدیل (3-16) می‌باشد. پس برای

کامی از انتقاس خودی d_0 بردی خودی $\gamma(s)$ کامی است داشته باشیم.

$$(3-22) \quad \omega \in \Omega_{d_0}, \quad |K(s)G(s)| \gg 1$$

پس دانستی $K(s)G(s)$ بزرگ هم در ازین بردن از انتقاس خودی و هم در دنبال کردن

ورودی مناسباً مؤثری باشد.

1- توجه کنید که بزرگ بودن اندازه $K(s)G(s)$ باعث خواهد بود که تابع تبدیل از γ تقریباً بردی بردی شود. پس بدون توجه به فاز

قبل از ادامه بحث، در چند تعریف اولیه پرداخت. همانطور که ماکنون مشاهده کرده ایم، توانایی
 بلند $K(s)G(s)$ و $1 + K(s)G(s)$ مکرراً در مسائل کنترل ظاهر می‌شوند. این دلیل به این توابع
 نامهای خصوصی داده اند. به $K(s)G(s)$ (یا $K(s)G(s)$) عمده بهره حلقه (loop gain) گفته می‌شود.
 چون آن در شکل (۲-۲) حلقه را در نقطه $c(+)$ باز کرده و یک سیگنال
 سینوسی در این نقطه اعمال می‌نماید (ما فرض می‌کنیم) مقدار بازگشت در این نقطه مقدار فاز و اندازه
 $K(s)G(s)$ - تغییر فاز و اندازه خواهد داد. (عمده) را نادیده گرفته و به $K(s)G(s)$
 بهره حلقه می‌گویند. به $1 + K(s)G(s)$ (یا $1 + K(s)G(s)$) عمده تفاوت برگشت
 (Return difference) گفته می‌شود چون تفاوت سیگنال اعمال شده در $e(t)$ سیگنال
 بازگشتی در این نقطه (سپ از گذشتن از K و G) به اندازه و فاز $1 + K(s)G(s)$ مبتنی دارد.
 استفاده از این تعریف واضح است که داشتن بهره حلقه بزرگ باعث کاهش اثرات نامطلوب
 و دنبال کردن ورودی می‌شود.

در ادامه درباره حلقه‌های گامش تأثیر امتحان ورودی $d_i(+)$ در شکل (۲-۲) صحبت
 خواهیم کرد. واضح است که تعلق تبدیل از d_i به y برابر است با

$$G_{d_i, y}(s) = \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (2-23)$$

سهامی این که از امتحان ورودی ورودی خودی گامش پیدا کند، در فرکانسهای که $d_i(+)$
 بیشتر از خود را دارد (بهره) باید داشته باشیم:

$$\left| \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)} \right| \ll 1, \quad \omega \in \Omega_d$$

از اندازه $K(s)G(s)$ خیلی بزرگ باشد، داریم

$$\left| \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)} \right| \approx \frac{|G(s)|}{|K(s)G(s)|} = \frac{1}{|K(s)|} \quad (2-24)$$

اینجا نیز بزرگ بودن $K(s)G(s)$ در فرکانسهای $\omega \in \Omega_d$ باعث کاهش اثرات نامطلوب می‌شود.

(۳-۲۴) گامی است داشته باشیم

$$\begin{aligned} & |K(\omega)G(\omega)| \gg 1 \\ & |K(\omega)| \gg 1 \end{aligned} \quad \omega \in \Omega_n \quad (3-24)$$

نتیجه برای ابرین ردن از امتساح های ورودی کافی است که بهره حلقه را بزرگ کنیم و این بزرگ بودن بهره حلقه باید بجای بزرگ بودن $|K(\omega)|$ باشد. بعد مثل با قرار دادن انتهای $K(\omega)$ درون Ω_n اندازه $K(\omega)$ را بزرگ کرده و در نتیجه از امتساح های فرکانس پایین را ورودی خودی کاهش خواهیم داد.

برای گامش از نویز ورودی خودی با استفاده از شکل (۳-۲۴) واضح است که اندازه

$$G_{ny}(\omega) = \frac{K(\omega)G(\omega)}{1 + K(\omega)G(\omega)} \quad (3-27)$$

در فرکانسهای که $n(\omega)$ بیشتر از نویز خود را دارد باید کوچک باشد. حال اگر

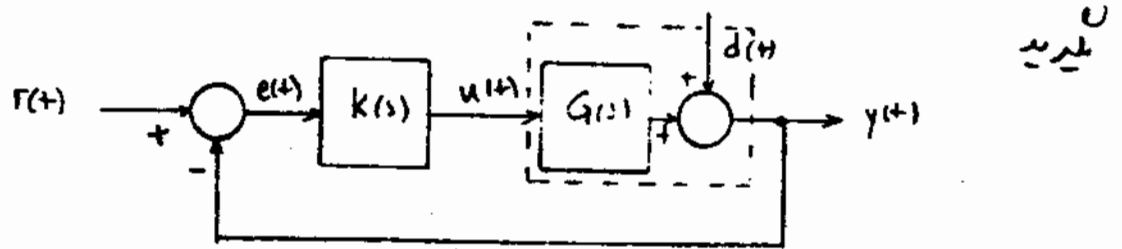
$$|K(\omega)G(\omega)| \ll 1 \quad \omega \in \Omega_n \quad (3-28)$$

آنگاه اندازه $G_{ny}(\omega)$ تقریباً همان اندازه $K(\omega)G(\omega)$ یعنی مقاری کوچک خواهد بود. نکته جالب این است که در این ابرین ردن از نویز ورودی خودی بهره حلقه باید کوچک باشد! حال با مقایسه روابط (۳-۱۷) و (۳-۲۸) واضح است که اگر Ω_n داشته باشیم و Ω_n داشته باشیم، آنگاه می توان بهره همزمان ورودی مینا را دنبال نمود و از نویز را بر روی خودی گامش داد و یا به عبارت دیگر برای برقرار بودن (۳-۱۷) و (۳-۲۸) $n(\omega)$ و $r(\omega)$ باید بیشتر از نویز خود را در فرکانسهای متفاوتی داشته باشند! خوشبختانه ورودی مینا و امتساح ورودی و خودی همزمان بیشتر از نویز خود را در فرکانسهای پایین دارند و نیز اندازه گیری بیشتر از نویز خود را در فرکانسهای بالا دارند و در نتیجه عملاً می توان شرایط (۳-۱۷) و (۳-۲۴) و (۳-۲۸) را همزمان برقرار نمود.

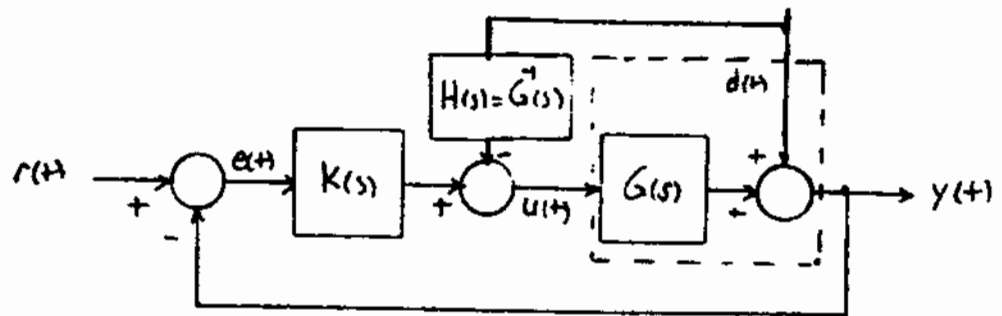
در انتهای این قسمت دوباره ذکر این نکته ضروری است که از امتساحات و نویز عملاً از نقل مقصی می باشند ولی عملاً محدوده فرکانس که این سیگنالها در آنها بیشتر از نویز خود را دارند از نقل مقصی بوده

با استفاده از مطالب این قسمت می توان کرد تا از آلا در خروجی سیستم کاهش یابد. بطور مثال در آن دریا که رگتی بر خورد می کند از قبل منحنی نباشد ولی برپود وجود موج کم دین از بل منحنی باشد و اثر به موج بصورت امتعاشش دارد در سیستم نگاه کنیم، آنگاه می توان با استفاده از مطالب این قسمت از امتعاشش را کاهش داد.

توجه شود که اگر امتعاشش قلیل اندازه گیری باشد، آنگاه با استفاده از پیش فر (Feed Forward) می توان از اثر ورودی خروجی سیستم کاهش داد. بطور مثال سیستم زیر را در نظر



شکل (۳-۳) - سیستم کنترلی با امتعاش خروجی
 آنگاه ما فرض اینکه $d(t)$ قابل اندازه گیری بوده (دریا از قبل منحنی باشد) با روشی می توان با کنترل سیستم بصورت زیر، اثر $d(t)$ را از روی خروجی از بین برد [۱۲].



شکل (۳-۴) - از بین بردن امتعاشش با استفاده از پیش فر
 توجه کنید که در اینجا کسری $H(s)$ معکوس $G(s)$ فقط در فرکانس هایی که $d(t)$ بیشتر از روی خود را دارد، باشد. البته گویا امتعاشش قابل اندازه گیری نبوده و برای از بین بردن از آن از پس فر (Feedback) و صورتی که قبلاً توضیح دادیم استفاده کرد.

حالیست سیستم ها کنترلی حلقه باز رطقه بسته

مانند هر که قبلاً اشاره کرده ایم، یکی از مهمترین مزایای سیستم های حلقه بسته، قابلیت آنها در کاهش حساسیت سیستم به تغییرات پارامترهای باشد. به عبارت دیگر می توان کاری کرد که کارایی سیستم با وجود تغییرات در سیستم همراه فقط محدود این از نظر عملی بسیار مهم نباشد، چون در واقعیت ما هیچگاه مدل

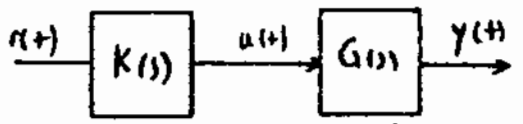
سیستم را دقیقاً می‌دانیم و عملاً رابطه بین ورودی و خروجی را با یک سیستم خطی تقریب می‌زنیم و نسبت فرکانس شده بنا به تغییرات مول بیش از حد حساس باشد.

همراهی حالت کسیت M نسبت به پارامتر K عبارت است از نسبت در صورت تغییرات M (نسبت تغییرات K) به در صورت تغییرات K و آن را با S_K^M نمایش خواهیم داد. با استفاده از این تعریف داریم:

$$S_K^M = \frac{\frac{dM}{M}}{\frac{dK}{K}} = \frac{dM}{dK} \cdot \frac{K}{M}$$

$$= \frac{d(\ln M)}{d(\ln K)} \quad (۳-۲۹)$$

توجه کنید که اگر تغییرات M و K معتدلاً باشد، آنگاه حسیت S_K^M را بر اساس رابطه در مابین (۳-۲۹) تقریب خواهیم کرد. در ادامه حالت یک سیستم حلقه باز و یک سیستم حلقه بسته را در تغییرات مدل سیستم روس خواهیم کرد. در ابتدا سیستم حلقه باز را در نظر بگیریم.



شکل (۳-۵) - سیستم کنترلی حلقه باز

تابع تبدیل سیستم از u به y را برابر است با

$$G_o(s) = G(s) K(s) \quad (۳-۳۰)$$

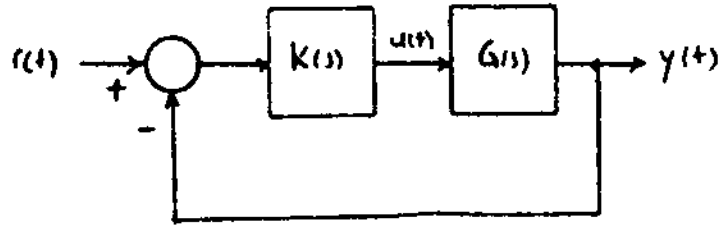
با استفاده از رابطه (۳-۲۹) داریم

$$S_{G_o}^{G_o} = \frac{d(G_o(s))}{dG(s)} \cdot \frac{G(s)}{G_o(s)}$$

$$= K(s) \cdot \frac{G(s)}{G(s)K(s)} = 1 \quad (۳-۳۱)$$

پس حسیت سیستم حلقه باز به تغییرات $G(s)$ مقدار واحد می‌باشد. به عبارت دیگر اگر 10% تغییرات در مدل سیستم باشد 10% تغییرات در تابع تبدیل سیستم و در نتیجه تغییر خروجی سیستم خواهد شد.

در ادامه حالت سیستم حلقه بسته را بررسی می‌کنیم.



شکل (۳-۲) - سیستم حلقه بسته باینس فرورد

تاکنون تبدیل از $y = r$ در این سیستم به صورت زیر است:

$$G_c(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (3-32)$$

و با استفاده از رابطه (۳-۲۹) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} S \frac{G_c(s)}{G(s)} &= \frac{dG_c(s)}{dG(s)} \cdot \frac{G(s)}{G_c(s)} \\ &= \frac{K(s)(1 + K(s)G(s)) - K^2(s)G(s)}{(1 + K(s)G(s))^2} \cdot G(s) \cdot \frac{1 + K(s)G(s)}{K(s)G(s)} \\ &= \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \end{aligned} \quad (3-33)$$

حال اگر $K(s)G(s)$ مقدار بزرگی باشد، آنگاه انداز $S \frac{G_c(s)}{G(s)}$ می‌تواند به نسبت کوچکتر از عدد واحد برسد. برای مشاهده دقیقتر این مطلب توجه کنید که تغییرات در $G(s)$ (که آنرا $\Delta G(s)$ نمایش خواهیم داد) باعث تغییرات در $G_c(s)$ (که آنرا با $\Delta G_c(s)$ نمایش می‌دهیم) خواهد شد. همیشه از تبدیل فوریه ورودی را با $R(s)$ و خروجی های را $Y(s)$ نمایش می‌دهیم، آنگاه با استفاده از تعریف حالت داریم

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(s) &\triangleq R(s) (G_c(s) + \Delta G_c(s)) \\ &= R(s) \left(G_c(s) + \frac{\Delta G(s)}{G(s)} G_c(s) \right) \\ &= \underline{R(s)G_c(s)} \left(1 + \frac{\Delta G(s)}{G(s)} S \frac{G_c(s)}{G_c(s)} \right) \end{aligned} \quad (3-34)$$

توجه کنید که در اینجا $\gamma(s)$ زبری میتم تغییر یافته تعریف شده است. رابطه (۳-۲۴) را بصورت زیر می توان باز نویسی کرد

$$\frac{\gamma(s) - \gamma(s)}{\gamma(s)} \triangleq \frac{\Delta \gamma(s)}{\gamma(s)} = \frac{\Delta G(s)}{G(s)} \sum_{G(s)}^{G(s)}$$

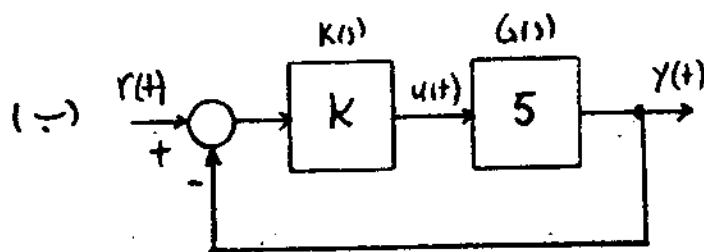
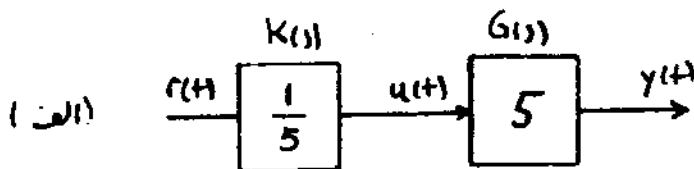
البته این رابطه را ساده تر با استفاده از تعریف حالتی زیر می توان تغییر داد ، چون داریم $\sum_{G(s)}^{G(s)} = \sum_{G(s)}^{G(s)}$. بار اربعه به (۳-۲۵) واضح است که اگر رابطه زیر را در نظر بگیرد

$$\frac{|\Delta G(s)|}{|G(s)|} \left| \sum_{G(s)}^{G(s)} \right| \ll 1 \quad (3-24)$$

آنگاه نسبت $|\Delta \gamma(s)|$ به $|\gamma(s)|$ بسیار کوچک خواهد بود و یا به عبارت دیگر (۳-۲۴) را در نظر بگیرید $\gamma(s) = \gamma(s) = 0.5$ ، بطور مثال فرض کنید که در وناس $\omega = 0.5$ ، $\left| \sum_{G(s)}^{G(s)} \right| = 0.1$ ، آنگاه بار اربعه به (۳-۲۵) واضح است که $\Delta \gamma(s)$ تغییر در $G(s)$ ($\frac{|\Delta G(s)|}{|G(s)|} = 0.1$) فقط نامت $\% 0.5$ تغییر در اندازه $\gamma(s)$ خواهد شد و این مقدار بسیار کمتر از تغییرات برای یک سیستم حلقه باز می باشد .

ماتوجه به مطالب ذکر شده واضح است که با استفاده از سیستم حلقه بسته و بزرگ انتخاب کردن اندازه $|K(s)|$ می توان حالتی سیستم را به تغییرات پارامترها لم کرد و این یکی از مهم ترین دلایل استفاده از سیستم های حلقه بسته می باشد . برای توجه بیشتر به ذکر پیشال می پردازیم .

مثال ۳-۳ : سیستم $G(s) = 5$ را در نظر بگیرید . برای اینکه زبری $\gamma(s)$ درودی صغای $r(t)$ را دنبال کند می توان از دو سیستم متفاوت حلقه باز و حلقه بسته بصورت زیر استفاده کرد :



از تابع تبدیل سیستم دقیقاً همان 5 باله، آنگاه زوجی سیستم حلقه باز ورودی را دقیقاً دنبال خواهد کرد ولی حاصلیت سیستم حلقه باز به تغییرات مقدار واحد می باشد. پس $20 \leq$ تغییر در $G(s)$ در این صورت، باعث 20 تغییر در زوجی سیستم خواهد شد. ولی در سیستم حلقه بسته با انتخاب K می توان حاصلیت را به مقدار قابل ملاحظه ای کم کرد. بطور مثال فرض کنید که K را بزرگتر از انتخاب کنیم تا حاصلیت 0.01 شود. بارها به (۳-۲۳)

داریم:

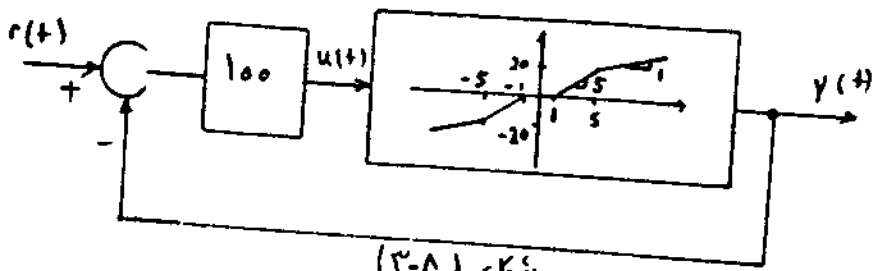
$$(3-27) \quad |k(j\omega)G(j\omega)| \gg 1, \quad S_{G(j\omega)} \approx \frac{1}{k(j\omega)G(j\omega)}$$

پس برای اینکه حاصلیت 0.01 شود، کافی است $|k(j\omega)G(j\omega)|$ را تقریباً 100 انتخاب کنیم. چون $G(s) = 5$ ، پس $K(s) = 20$ انتخاب خواهیم کرد. توجه کنید که در این صورت $G(s) = \frac{100}{s+1}$ پس زوجی ورودی را دقیقاً دنبال نمی کند ولی تغییرات در $G(s)$ باعث تغییرات بسیار کوچکی در سیستم حلقه بسته خواهد شد. بطور مثال اگر $G(s) = 4$ تغییر یابد، آنگاه $G(s) = \frac{80}{s+1}$ و اگر $G(s) = 6$ تغییر یابد، آنگاه $G(s) = \frac{120}{s+1}$ خواهد شد و هر دو این مقادیر بسیار نزدیک به مقدار نامی $\frac{100}{s+1}$ می باشند در صورت تغییرات در $G(s)$ (یا مثلاً در زوجی) تقریباً 2% است! پس استفاده از پس فرود در تعیل حاصلیت می تواند کار آیی خوبی داشته باشد.

باز هم به مثال قبل. واضح است که در صورت زیاد بودن بهره حلقه، رفتار سیستم حلقه بسته حاصلیت بسیار کمی در تغییرات تابع تبدیل $G(s)$ خواهد داشت. نکته حالب این است که حتی اگر سیستم مورد نظر نیز خطی می بود، آنگاه با استفاده از فیدبک می توان کاری کرد که سیستم حلقه بسته تقریباً خطی عمل کند، البته تا سادایده بهره حلقه نسبتاً بزرگ است. برای نمایش اثر فیدبک بر روی الیهای نیز خطی، به ذکر یک مثال می پردازیم.

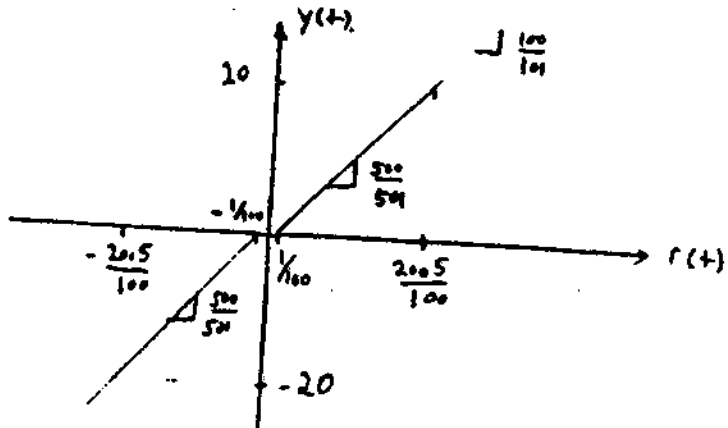
مثال ۳-۴: سیستم شکل (۳-۸) را در نظر بگیرید. سادس می توان مشاهده کرد که فیدبک $1/18$ و 4 نیز یک رابط قطع-قطع می خواهد بود. توجه کنید که اینها الان نیز خطی زد بوده و رفتار آنرا می توان به $1/2$ مایه مختلف تقسیم کرد:

مکان خطی ملاحظه می توان به روشهای دیگر عمل کرد. بطور مثال با استفاده از انتزاعی که در درون $K(s)$ قرار می دهیم. به روشی که در ادامه خواهیم دید.



شکل (۳-۸)

الف - ناحیه مرده (Dead zone) ب - پهنای ۵ ج - پهنای ۱ . پس از کمی تأمل می‌توان رابطه بین $r(t)$ و $y(t)$ را بصورت زیر رسم نمود .



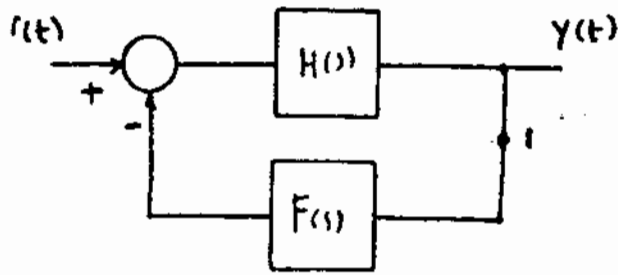
شکل (۳-۹)

توجه کنید که ناحیه مرده به $\frac{1}{100}$ تعریف یافته و پهنای مرده اول $\frac{500}{501}$ و پهنای مرده دوم $\frac{100}{101}$ می‌باشد . پس سیستم حلقه بسته تقریباً مانند یک حلقه با پهنای واحد عمل می‌کند ! استفاده از فیدبک برای کاهش اثر الایتهای غیر خطی ، یک روش بسیار رایج و کارآمدی بسیار بالای بالذ و اصول آن نیز بر کاهش حالت در سیستم‌های حلقه بسته استوار است [۱۰] .

در قسمت بعد حالت سیستم‌های رارسی فواعم کرد که علاوه بر میر پیکرو ، الایته در مسیر سیگنال نیز دارند و در رقیقت فیدبک واحد نمی‌باشد . کاربرد مطالب ذکر شده در قسمت بعد بیشتر در مسائل طراحی تقویت کننده‌های الکتریکی است و در گذر اول می‌توانید این قسمت را نادیده گرفته و برای ادامه به قسمت بعد مراجعه کنید .

۳-۴ - حالت الایتهای مسیر پیشر و پیچور

سیستم حلقه بسته در شکل (۳-۱۰) را در نظر بگیرید . در این سیستم برخلاف سیستم‌هایی که تا کنون بررسی کرده‌ایم ، مسیر فیدبک نیز واحد می‌باشد . با ادلی می‌توان مشاهده کرد :



شکل - (۳-۱۰)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \triangleq H_c(s) = \frac{H(s)}{1 + F(s)H(s)} \quad (3-38)$$

در ادامه حالت $H_c(s)$ را به تغییرات F و H بگذار حدیثانه مورد بررسی قرار خواهیم داد. استفاده از تقریب حالت داریم

$$\begin{aligned} S_{H_c(s)}^{H_c(s)} &= \frac{dH_c(s)}{dH(s)} \cdot \frac{H(s)}{H_c(s)} = \frac{1 + F(s)H(s) - F(s)H(s)}{(1 + F(s)H(s))^2} \cdot (1 + F(s)H(s)) \\ &= \frac{1}{1 + F(s)H(s)} \end{aligned} \quad (3-39)$$

حال اگر $|F(s)H(s)| \ll 1$ باشد، آنگاه $|S_{H_c(s)}^{H_c(s)}|$ و حساسیت سیستم طاقته تغییرات

المان میسر و کجک خواهد بود. برای محاسبه حالت $H_c(s)$ به تغییرات $F(s)$ داریم:

$$\begin{aligned} S_{H_c(s)}^{F(s)} &= \frac{dH_c(s)}{dF(s)} \cdot \frac{F(s)}{H_c(s)} = \frac{-H(s)}{(1 + F(s)H(s))^2} \cdot \frac{F(s)(1 + F(s)H(s))}{H(s)} \\ &= \frac{-F(s)H(s)}{(1 + F(s)H(s))} \end{aligned} \quad (3-40)$$

و اگر دالت بالیم $|F(s)H(s)| \ll 1$ آنگاه $|S_{H_c(s)}^{F(s)}|$ و حساسیت سیستم طاقته به

تغییرات الان میسر و تقریباً مقدار واحد خواهد بود. پس در شکل (۳-۱۰) تا مادامیکه

هره حلقه برر سلامت، اعتباری به وقت بسیار بالا در الانهای میسر و میسر باله در حالیکه

الانهای میسر و میسر باید دقیق بوده و تغییرات کمی دالت بالیم. در تقویت کننده های الکترونیکی

الانهای فعال (بند Op-Amp) در میسر و قرار دارند و الانهای غیرفعال در میسر و میسر.

بهره مثال تقویت کننده عملیاتی ممکن است تغییرات زیادی داشته باشد ولی بهره حلقه زبر
 باشد آنچه از این تغییرات رودی خودی کوچک خواهد بود همیشه با انتخاب انتهای خوب غیرفعال
 باشد مقادیرهای خوب که تغییرات کمی دارند در میسر می آید. تغییرات خوبی را کم کرد.

در مورد لیم شکل (۳-۱۰) به شدت بسیار طالب دلیلی برای تران اشاره کرد. با توجه به (۳-۱۰)
 واضح است که اگر اندازه بهره حلقه زبر باشد داریم

$$|F(\omega)H(\omega)| \gg 1 \rightarrow H_c(\omega) = \frac{H(\omega)}{F(\omega)H(\omega)} = \frac{1}{F(\omega)} \quad (3-11)$$

در نتیجه در فرکانسهای که بهره حلقه زبر است، لیم شکل (۳-۱۰) باشد مگر $F(\omega)$ عمل می کند.

در این تکیه بر این ساخت مگرس تقریبی لیم استفاده می شود. البته جالب این

است که این خاصیت حتی برای لیم های غیر خطی نیز برقرار است در ادامه می بینیم که $H(\omega)$

یک بهره مالی بوده که آن را با H نمایش خواهیم داد و $F(\omega)$ نیز یک لیم غیر خطی بدون حلقه

آرا با F نمایش خواهیم داد. اگر ورودی لیم غیر خطی را با u در خروجی آن را با y نمایش دهیم،

آنچه $y = F(u)$. علاوه بر حلقه میسر را در شکل (۳-۱۰) در نقطه u باز کنیم و

سپس u به لیم غیر خطی در این نقطه اعمال کنیم، آنچه مقدار u است در این نقطه

$Hr = HF(u)$ خواهد بود. برای این لیم، بهره حلقه نسبت $Hr = HF(u)$ به u تعریف می کنیم.

مراجه به شکل (۳-۱۰) می توان نوشت:

$$Hr = HF(y) = y \quad (3-12)$$

اگر فرض کنیم که اندازه بهره حلقه خیلی بزرگتر از ۱ باشد ($|HF(y)/y| \gg 1$) آنچه با

استفاده از (۳-۱۲) خواهیم داشت $Hr = HF(y)$ یا معادلاً

$$y = F^{-1}(r) \quad (3-13)$$

سپس لیم شکل (۳-۱۰) باشد مگرس لیم غیر خطی F عمل خواهد کرد (البته در اینجا فرض می کنیم که

مگرس F ورود داشته و همیشه لیم حلقه بسته پایدار است.) نظر شما با قرار دادن یک دید

(با مقصود اسپرانتیل) در میسر می آید تقویت کننده بلایای تران به یک مقصود لغزنده

برای لیم حلقه بسته دست یافت [۱۰].

در این فصل دربارهٔ حلقه‌های تقویم ورودی‌ها و این بدون اثر امتحان در یک حلقه سه مهمت
 درم نشان دادیم که برای دنبال کردن سبیل بنا باید اندازه بهره حلقه K_{12} را در زمانهای
 که این سبیل بیشتر از برای خود را دارد بزرگ انتخاب کنیم. به طور مثال مقرر دادن انداز K_{12} در
 دون بهره حلقه می‌توان ورودی‌های و نامی پایین را بدون خطا و ورودی یله را بدون خطای مانند
 دنبال نمود البته با فرضی اینکه سیم حلقه سه باید باشد.

علاوه بر این کاهش حاصلت سیم به تغییرات پارامترها نیز باید بهره حلقه را بزرگ انتخاب کنیم.
 در فصل بعد نشان خواهیم داد که برای برآورد کردن شرایط دیگری باشند بایداری با وجود تغییرات پارامترها
 او کاهش اثر نیز باید بهره حلقه را کوچک انتخاب کنیم و انتخاب بهره حلقه بزرگ در تمامی موارد
 مناسب نمی‌باشد.

فصل ۴ پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی مطلوب

در فصل ۳ حالت سیستم‌های حلقه بسته را به تغییرات پارامترها مورد بررسی قرار داده و نشان دادیم که برای حفظ کارایی سیستم حلقه بسته با وجود تغییرات مدل سیستم باید بهره حلقه را بزرگ انتخاب نماییم. علاوه بر این دنبال کردن ورودی مناسبتی بدون اثر اغتشاش نیز بهره حلقه را بزرگ انتخاب می‌نماید. با در ادامه نشان خواهیم داد که در فرکانس‌هایی که فضای مدل سازی زیاده باشد باید برای حفظ پایداری سیستم حلقه بسته، بهره حلقه را کوچک انتخاب کنیم و در نتیجه مانند ازین بدون اثر نویز، در بعضی از محدوده‌های فرکانسی از بهره حلقه بزرگ باید اجتناب نمود. پس از نمایش این مطلب، در قسمت (۴-۳) درباره رفتار اندازه پاسخ فرکانسی حلقه باز یک سیستم کنترلی مطلوب به تفصیل صحبت کرده و سپس درباره رابطه این فرکانس گذر ω_{db} پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز و مدولت پاسخ سیستم حلقه بسته بحث خواهیم کرد.

۴-۱ - پایداری مقاوم

مانند قبل ذکر کرده‌ایم، پایداری یک سیستم کنترلی حلقه بسته بهترین مشخصه آن است و همواره باید قرار در نظر داشته باشیم، صحبت کردن درباره کارایی سیستمی که ناپایدار است، بی‌معنی است. علاوه بر سیستم حلقه بسته تنها برای مدل‌های سیستم باید پایدار باشد، بلکه با وجود تمام تغییرات ممکنه در سیستم حلقه باز، پایداری سیستم حلقه بسته باید حفظ شود. به پایداری با وجود تمام تغییرات ممکنه، پایداری مقاوم (Robustness یا Robust stability) گفته می‌شود و امروزه یکی از بهترین مباحث مورد بررسی در علم کنترول است. در ادامه درباره نحو بیان خطاها و سازی و پایداری مقاوم بحث خواهیم کرد.

برای این منظور فرض کنیم که مدل نامی سیستم که در مراحل طراحی مورد استفاده قرار می‌گیرد با $G(s)$ نمایش داده شود. فقط تقریب از رفتار واقعی سیستم می‌باشد و در ادامه فرض می‌کنیم که مدل واقعی سیستم (که معمول است) با فرض خطی $\tilde{G}(s)$ نمایش داده شود. آنگاه به چندین روش متفاوت می‌توان رابطه $G(s)$ و $\tilde{G}(s)$ را بیان نمود. روش سبب متداول استفاده از روش مدل سازی خطای جوی و فضای فیزیکی می‌باشد. در روش مدل سازی جوی (Additive Errors) فرض می‌کنیم که تابع تبدیل $\Delta(s)$ وجود دارد به طوری که [۷]

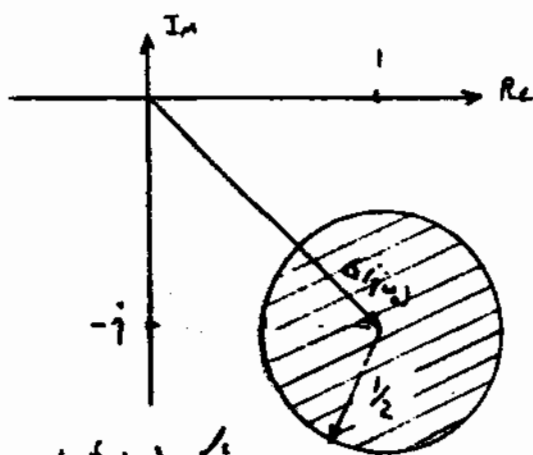
$$\tilde{G}(s) = G(s) + \Delta(s) \quad (4-1)$$

خطای مطلق $\Delta(s)$ $G(s)$ $\tilde{G}(s)$

پس در اینجا $\Delta(s)$ ، تفاوت بین تابع تبدیل واقعی و تابع تبدیل مدل سیستمی باشد. به عنوان مثال فرض کنید مدل واقعی سیستم $\frac{s+1}{s+10}$ باشد (البته در واقعیت ما هیچگاه، مدل واقعی را دقیقاً نمی دانیم چون اگر آراسی دانستیم، در مراحل مختلف طراحی از آن استفاده می کردیم!) ولی مدل نالی سیستم فقط رفتار سیستم واقعی را در فرکانسهای پایین در نظر گرفته باشد $\Delta(s) = 1/10$ انتخاب شده باشد. در این صورت مارتوفه به $(4-1)$ داریم

$$\Delta(s) = \frac{s+1}{s+10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \frac{s}{s+10} \quad (4-2)$$

مانطور که گفته شد در واقعیت $G(s)$ و در نتیجه $\Delta(s)$ دقیقاً موردنی باله ولی برای یک کلان بالا از اندازه $\Delta(s)$ در فرکانسهای مختلف موردالت. به عنوان مثال فرض کنید که در فرکانس ω ، $G(j\omega) = 1 - j$ باشد و همینطور بدانیم که اندازه $\Delta(j\omega)$ در فرکانس ω از $1/2$ بیشتر نمی باشد، آنگاه $G(j\omega)$ در فرکانس ω می تواند هر یک از دو حالتی که نوب آنها در درون دایره هاشمی داده در شکل زیر قرار دارد، باشد.



شکل (4-1)

البته عمده بیان ظاهر حسب در حد راست تر می باشد، به این دلیل یک روش دیگر بیان رابطه بین $G(s)$ و $\bar{G}(s)$ استفاده از مدل سازی خطای ضربی (Multiplicative Error) است. در این روش فرض می کنیم که تابع $\delta(s)$ وجود داشته باشد به طریقی که [۷]

$$\left(\frac{\bar{G}(s) - G(s)}{G(s)} = \delta(s) \right) \quad \bar{G}(s) = (1 + \delta(s)) G(s) \quad (4-3)$$

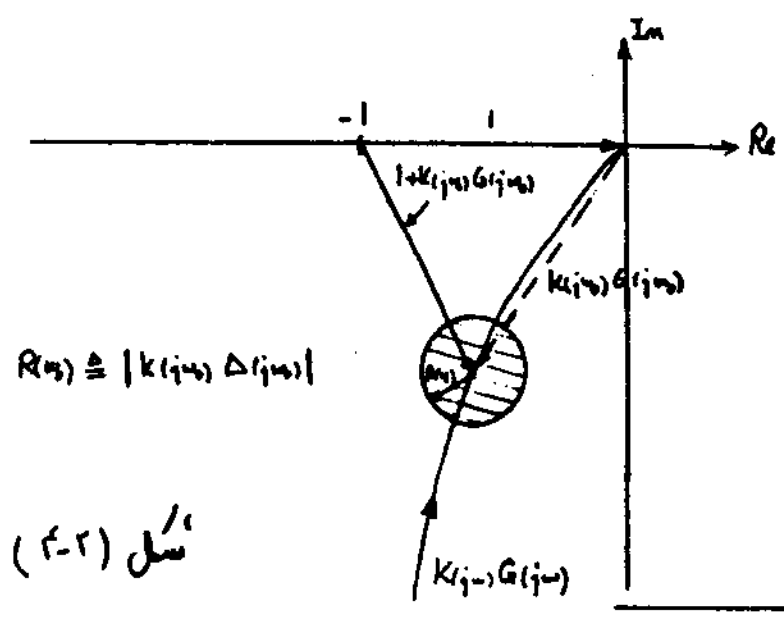
توجه کنید در اینجا $\delta(s)$ با عدد واحد مقایسه می شود در حالی که در $(4-1)$ $\Delta(s)$ با $G(s)$.

البته با توجه به (۴-۱) و (۴-۳) رابطه‌ی آنکه $\delta(s)$ ، $\delta(s)$ صورت زیر باید پذیرد در رابطه می‌باشد:

$$\Delta(s) = \delta(s) G(s) \quad (4-4)$$

برای نمونه در مثال صفحه قبل داریم $\delta(s) = \frac{95}{s+10}$. در اینجا نیز عملاً $\delta(s)$ دقیقاً موجود نمی‌باشد بلکه یک کران بالا را از اندازه آن موجود است. به‌طور مثال برای یک سیستم داده شده می‌دانیم که اندازه $\delta(j\omega)$ در یک محدوده فرکانسی از او کمتر می‌باشد یا به عبارت دیگر در این محدوده خط از ۱۰٪ کمتر است.

پس از آشنا شدن با چگونگی نمایش خط‌های مدل سازی، در ادامه به بررسی پایداری یک سیستم با وجود اینگونه خطاها خواهیم پرداخت. حال سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید و فرض کنید که سیستم حلقه بسته نامی پایدار باشد. (یعنی $K(s)$ به گونه‌ای انتخاب شده تا برای $G(s)$ نامی سیستم حلقه بسته پایدار شود.) در ادامه می‌خواهیم بسنجیم که تحت چه شرایطی با حائزین $G(s)$ (مدل واقعی سیستم) به جای $G(s)$ سیستم حلقه بسته پایدار خواهد ماند. برای این منظور فرض کنید که دیگرام نایلوشت $K(j\omega)G(j\omega)$ به صورت شکل (۲-۲) باشد. آنگاه دیگرام نایلوشت $K(j\omega)G(j\omega)$ در فرکانس ω می‌تواند در داخل هر یک از نقاط هالدر زده قرار داشته باشد که حال آن‌را فرض کنیم که تعداد قطب‌های



شکل (۲-۲) - تأثیر خطای مدل بردی دیگرام نایلوشت

توجه کنید که در اینجا لزومی بر سه بودن $\delta(s)$ نمی‌باشد و در صورت لزوم مقادیر $G(s)$ و $K(s)$ می‌تواند به گونه‌ای انتخاب شود که خطا از آن بزرگتر نباشد. به علاوه می‌توانیم به خطای خطای مدلی

نابینا $G_{(1)}$ و $G_{(2)}$ (تعداد قطبهای $G_{(1)}$ ، $G_{(2)}$ در دایره میانه نایدیته) با یکدیگر برابر باشد، آنگاه با فرض اینکه سیستم حلقه بسته نامی پایدار باشد، برای پایداری بودن سیستم حلقه بسته توافق باید کاری کنیم تا تعداد دورانی حول نقطه -1 عوض نشود. با مراجعه به شکل (۴-۲) واضح است که اگر رابطه

$$R(s) \triangleq |K(i\omega) \Delta(i\omega)|$$

$$|1 + K(i\omega) G(i\omega)| > R(s_0), \quad \forall \omega_0 \quad (4-5)$$

برقرار باشد، آنگاه تعداد دورانی با وجود خطاهای مدل سازی عوض نشده و سیستم حلقه بسته واقعی نیز پایدار خواهد بود. (برای اثبات دقیق این مطلب می‌توانید به [۷] مراجعه کنید).
 توجه کنید که شرط (۴-۵) یک شرط کافی می‌باشد و اگر برقرار نباشد، آنگاه سیستم کنترلی حلقه بسته با وجود خطاهای مدل سازی می‌تواند همچنان پایدار باشد.

متأسفانه درکت راست رابطه (۴-۵)، $K(i\omega)$ که مجهول مبدأ است ظاهر می‌شود و از خطاهای مدل سازی را بصورت فیزیکی در نظر می‌گیریم. آنگاه ما جایگزینی (۴-۴) در (۴-۵) خواهیم داشت

$$|1 + K(i\omega_0) G(i\omega_0)| > |K(i\omega_0) \Delta(i\omega_0)|, \quad \forall \omega_0$$

و این معادل است با

$$|1 + [K(i\omega_0) \Delta(i\omega_0)]^{-1}| > r(s_0), \quad \forall \omega_0 \quad (4-6)$$

$$r(s) \triangleq |\delta(i\omega)|$$

در رابطه (۴-۶) شرط پایداری ستاد کم‌تر می‌شود و در طراحی سیستم‌های کنترلی حلقه بسته کاربردهای فراوانی را داراست [۹].

در رگاسیتهای بالا عمده خطاهای مدل سازی فیزیکی بسیار بزرگ می‌باشد (مثلاً $\Delta(s) \gg 1$).
 برای مثال در معادله ۴-۳ برای $G_{(1)} = \frac{s+1}{s+10}$ و $G_{(2)} = \frac{1}{10}$ داریم $\delta(s) = \frac{9s}{s+10}$ ؛ پس برای رگاسیتهای بزرگتر از تقریباً $\frac{10}{9}$ (مثلاً $\Delta(s) = 10$) در این مثال بصریم، اندازه $\delta(i\omega)$ از یک بیشتر خواهد بود و $|\delta(i\omega)|$ با افزایش فرکانس، افزایش پیدا می‌کند. با این تسامیل واضح است که برای برقرار شدن رابطه (۴-۶) در رگاسیتهای بالا، $|K(i\omega) G(i\omega)|$ باید خیلی کوچکتر از ۱ بشود و این عمل نتیجه‌ای است که در ابتدای این قسمت ذکر کرده بودیم. در رگاسیتهای که خطاهای مدل سازی فیزیکی

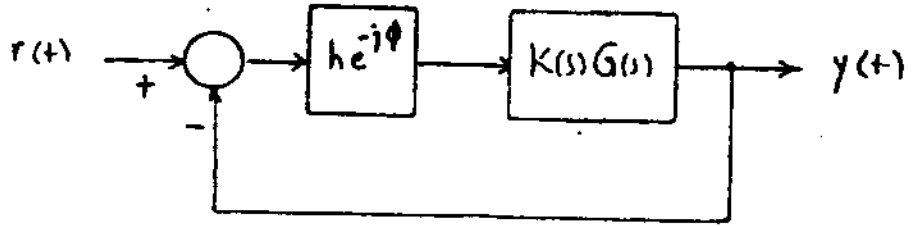
در الت (۱) >> (۲) ، اندازه به حلقه باید کوچک باشد ، تا لیمیت حلقه سبب ناوجود خطاهای مدل سازی مکنه ، پایدار باشد .

لذا سبب مهمی که باید بدان توجه کرد ، محدودیت پهنای باند لیمیت حلقه است الت که در رابطه (۴-۶) بر خردی آید . پهنای باند لیمیت حلقه سبب را فرکانسی می نامیم که در آن اندازه پهنای فرکانسی این لیمیت $3 db$ از پهنای فرکانسی در فرکانسهای پایین کمتر باشد . بردار این فرکانسی نزدیک به فرکانسی الت که اندازه پهنای فرکانسی لیمیت حلقه از مقدار حدی شود ، با مرادف (۴-۶) واضح الت در فرکانسهای که (ω) مراتب از یک بزرگتر شود ، اندازه $K(s)G(s)$ باید از یک کوچکتر شود . پس پهنای باند لیمیت را می توان در فرکانسهای انتخاب کرد که خطاهای مدل سازی فیزیکی در آنها مراتب بیشتر از 100% در ولت از 1 می باشد .

در ادامه درباره حدناز و حد بهره که خود معیار های رایجی برای مایشن مقوم کردن پایداری لیمیت حلقه است در مقابل تغییرات پارامترهای ماله صحت کرده در رابطه آنها را با مطالب این قسمت ذکر خواهیم کرد .

۴-۲ - حدناز و حد بهره

برای مومنی مفهیم حدناز و بهره شکل (۴-۳) را در نظر بگیرید . در اینجا فرض می کنیم که برای $h=1$ ، $\phi=0$ ، لیمیت حلقه سبب پایدار باشد . بزرگ $h e^{-j\phi}$ در حقیقت مایلر بوسی تغییرات در مدل لیمیت می باشد و حالت $h=1$ ، $\phi=0$ مایلر حالت نامی



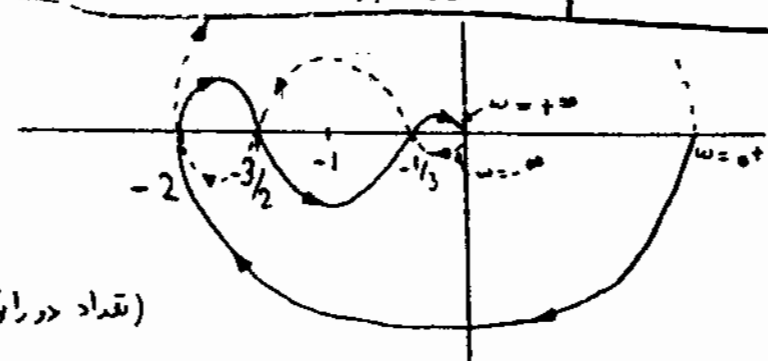
شکل (۴-۳)

فرکانسی که در آن اندازه پهنای فرکانسی لیمیت حلقه از یک می شود ، فرکانس $3 db$ -ه خواهیم گفت .

است. البته توجه کنید که یک سیستم حقیقی می تواند، رفتاری مانند $e^{-\phi t}$ (با $\phi \neq k\pi$) داشته باشد و این نرم نمایانگر تغییرات فاز و اندازه در تابع تبدیل سیستم می باشد و ϕ در اینجا یک زاویه ثابت بوده و بازگامسای تغییر نمی کند.

حال فرض کنید $\phi = 0$ باشد و در ادامه می خواهیم از تغییرات $h > 0$ راجه روی پایداری سیستم حلقه بسته بررسی کنیم. حد بهره سیستم (از طرف بالا) h طبق تعریف کوچکترین مقدار h ($h > 0$) است که برای آن سیستم حلقه بسته نه مرز پایداری و ناپایداری می رسد و در حقیقت نمایانگر این است که تا چه حد می توان بهره سیستم را افزایش داد ولی سیستم حلقه بسته هنوز پایدار خواهد ماند. به همین صورت حد بهره سیستم (از طرف پایین) h طبق تعریف بزرگترین مقدار h ($h < 0$) است که برای آن سیستم حلقه بسته نه مرز پایداری و ناپایداری می رسد. البته تعریف اربع حد بهره همان حد بهره از طرف بالا است ولی برای سیستم هایی که - صورت مستروط پایداری باشد (Conditionally Stable) آنگاه گاهی بهره نیز ممکن است بسبب ناپایداری سیستم حلقه بسته گردد و - این عملت تعریف حد بهره از طرف پایین نیز ضروری نباشد [17].

مثال ۱-۱: دیالگرام نیکیویست پاسخ فرکانسی $K(s)G(s)$ در زیر آمده است. ما فرض کنید $K(s)G(s)$ قطبی در داخل میله نیکیویست نداشته باشد، و وضع است که سیستم حلقه بسته شکل (۱-۲) را فرض $\phi = 0$ و $h = 1$ پایداری می باشد. توجه کنید که این سیستم حلقه بسته بصورت مستروط پایداری است. چون هم با کاهش h هم با افزایش h می توان آنرا ناپایدار نمود.



(تعداد در اینجا حول نقطه ۱- صبر است)

شکل (۱-۲) - دیالگرام نیکیویست مثال (۱-۱)

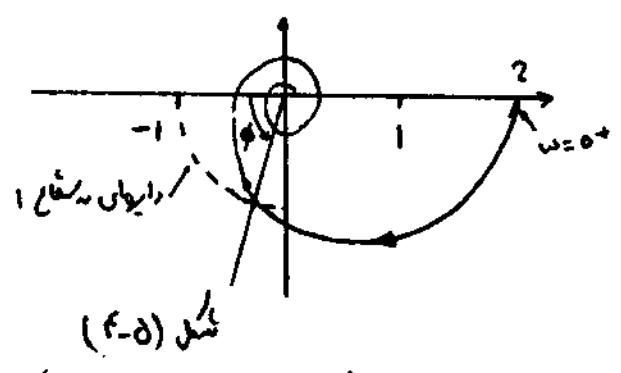
دیالرام نایلوئیت وضع است که از h تا 3 افزایش دهم سیستم - مرز بایزاری و نایلوئیت
 آمد رسید پس حد بهره از طرف بالا برای این سیستم 3 ی باشد. هینطور h را برای توان $\frac{2}{3}$
 بخش داد و سیستم به مرز بایزاری و نایلوئیت خواهد رسید. (البته سیستم برای h کوچکتر از $\frac{1}{2}$ نیز
 برای h باشد ولی طبق تعریف حد بهره از طرف پایین بزرگترین مقدار h است $(h < 1)$ که برای آن
 سیستم به مرز بایزاری و نایلوئیت می رسد.) پس حد بهره از طرف پایین برای این سیستم $\frac{2}{3}$ است.

حال فرض کنید $h = 1$ بوده وی فرایم از تغییرات زیاد $\phi > 0$ را بررسی بایزاری سیستم
 هستیم مورد بررسی قرار دهیم. حد فاز طبق تعریف، کوچکترین مقدار ϕ است که برای آن
 سیستم حلقه بسته به مرز بایزاری و نایلوئیت می رسد. توجه کنید که از $\phi = 0$ روی دیالرام نایلوئیت
 $K(s)G(s)$ در فاصله این دیالرام در جهت عقربه های ساعت به مقدار کم درجه می باشد پس حد فاز
 حقیقت نایلوئیت این است که تا چه حدی توان دیالرام نایلوئیت را چنانچه (تا چه حد فاز منفی
 در آن داخل حلقه فیدبک وارد کرد) و سیستم حلقه بسته هنوز بایزاری باقی خواهد ماند.

مثال ۴.۲: فرض کنید که تابع تبدیل $K(s)G(s)$ در شکل (۴-۳) صورت زیر باشد:

$$K(s)G(s) = \frac{2e^{-sT}}{s+1} \quad (4.7)$$

در اینجا $K(s)G(s)$ گویا نایلوئیت $s+1$ دیالرام نایلوئیت $K(s)G(s)$ صورت زیر است:



معادله حد فاز سیستم $K(s)G(s)$ همناسی که اندازه آن عدد واحد می باشد را
 می آوریم. برای این منظور داریم

$$|K(j\omega)G(j\omega)| = \left| \frac{2e^{j\omega T}}{j\omega+1} \right| = \frac{2}{\sqrt{1+\omega^2}} \quad (4.8)$$

پس با این فرکانس $K(j\omega)G(j\omega)$ است در محور حقیقی قرینه است پس از حد فاز ϕ باشد. آنگاه برای توان دیالرام نایلوئیت
 $\phi = 0$ در $\omega = 0$ در حلقه فیدبک است و در $\omega = 0$ در حلقه فیدبک است و در $\omega = 0$ در حلقه فیدبک است.

س
(۴-۹)

$$\left. \frac{2}{\sqrt{1+\omega^2}} \right|_{\omega=\omega_c} = 1 \rightarrow \omega_c = \sqrt{3}$$

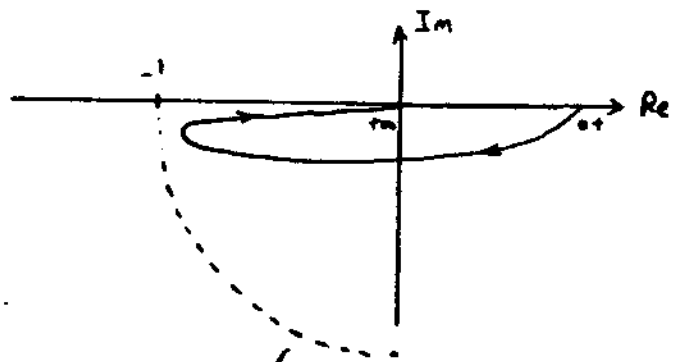
همپسوزان محاسبه می‌کنیم:

$$\angle \left. \frac{2e^{-j\omega T}}{j\omega+1} \right|_{\omega=\omega_c} = -\omega_c T - \tan^{-1} \omega_c = -\sqrt{3}T - \frac{\pi}{3} \quad (4-10)$$

با فرض اینکه $-\pi < -\sqrt{3}T - \frac{\pi}{3}$ باشد (چون در زیر اینصورت لیمیت حلقه بسته با زنی $\phi=0$, $h=1$ پایدار نخواهد بود) حدفاصل برابر است با

$$\phi = \pi - \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}T = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}T \quad (4-11)$$

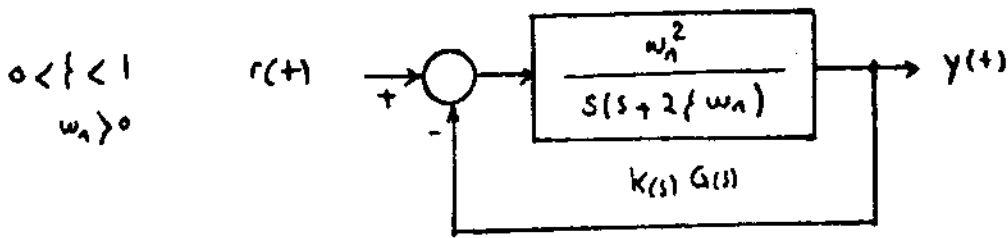
از آنجا که حدفاصل و دبره معیارها بسیار نزدیک و رابعی برای بیان مقاومت پایداری لیمیت در مقابل تغییر پارامترها می‌باشد ولی یک لیمیت ممکن است حدفاصل و دبره بسیار زنی داشته باشد ولی باید تغییرات کوچک در جمع تبدیل لیمیت، لیمیت حلقه بسته نامید شود. هر چنانچه فرض کنید که دیگرام آنگوست (Bode) در صورت زیر باشد. آنگاه دبره این لیمیت از طرف بالا بی‌نهایت برود و حدفاصل آن نیز ± 180 درجه



شکل (۴-۶)

است. ولی باید کمی تغییر میزان فاز و اندازه، فقط -1 دور زده شده و لیمیت حلقه بسته نامید خواهد شد. البته مجرباً اینچنین مواردی در لیمیت‌های رافقی اتفاق می‌افتد ولی به همان معیار اصلی پایداری مقاوم لیمیت در مقابل تغییر پارامترها همان رابطه (۴-۶) است و در بسیاری موارد از معیارهای حدفاصل و دبره نیز می‌توان برای این منظور استفاده کرد.
 نکته بسیار حائز اهمیت این است که حدفاصل لیمیت را به دلیل نزدیکی با رصتار پاسخ گذرای لیمیت حلقه بسته دارد به این صورت که هر چه حدفاصل نزدیکتر باشد، ماکزیمم چش-درودی به

حالت خواهد بود. بعد مثل سیستم گذری در نظر بگیرید



شکل (۴-۷)

ساده‌ترین حالت آن داد که وگانه‌ی آن در ω_c (فرکانس ω_c) بر حسب ω_n و ضریب میرایی ξ بدست می‌آید [۶]:

$$\omega_c = \omega_n \left((4\xi^4 + 1)^{1/2} - 2\xi^2 \right)^{1/2} \quad (۴-۱۳)$$

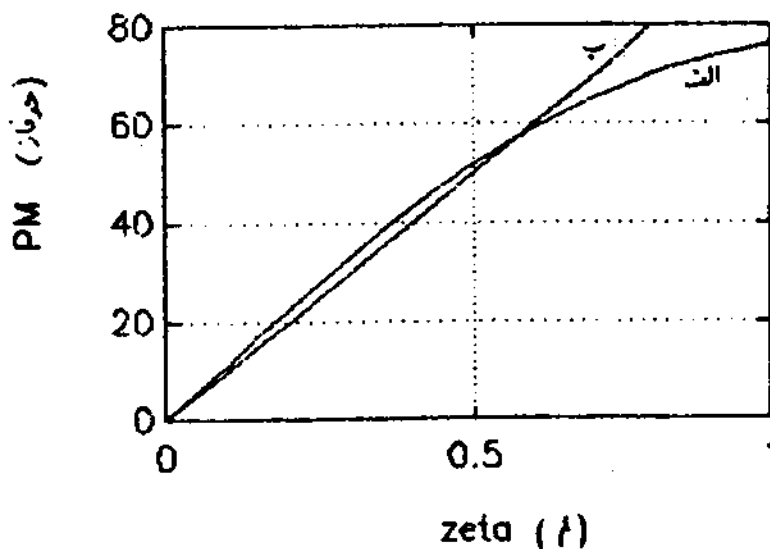
و ضریب میرایی را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد [۶]:

$$\phi = \tan^{-1} \left(2\xi \omega_n / \omega_c \right) \quad (۴-۱۳)$$

رابطه (۴-۱۳) در (۴-۱۳) واضح است که در فاز ϕ فقط به نسبت میرایی ξ بستگی دارد. این رابطه تقریبی بین ϕ و ξ بدست می‌آید که در شکل (۴-۸) رسم شده است. با توجه به این شکل می‌توان مشاهده کرد که

$$\phi = 100\xi \quad (۴-۱۴)$$

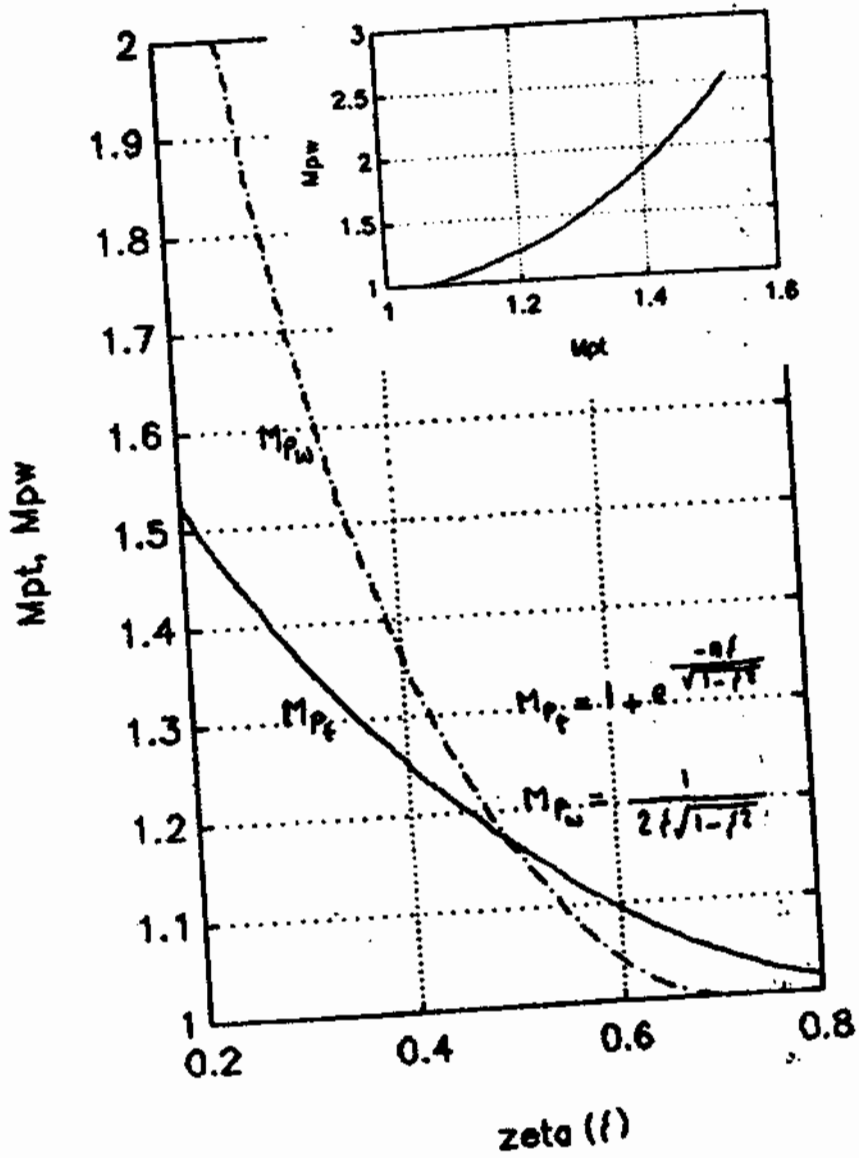
در اینجا ϕ بر حسب درجه می‌باشد.



شکل (۴-۸) - الف) رابطه ضریب میرایی و نسبت میرایی برای یک سیستم درجه دوم
ب) رابطه تقریبی ضریب میرایی

پس نسبت به این کوئیک (ملازم پس پاسخ پایداری) بسبب M_{ps} های بزرگ خواهد شد.
 برای تعیین بیشتر این رابطه، در شکل (۴-۱۰) M_{ps} بر حسب M_{pe} (ملازم مقدار پاسخ
 به لایحه حلقه سبب) بر حسب M_{ps} رسم شده است. نکته قابل توجه دیگر این است که M_{ps} بزرگ
 علاوه بر نمایانتر بودن پاسخ نوسانی در دامنه زمان نمایانتر خطای نسبتاً زیاد در دنبال کردن
 ورودی می باشد. در زکانش های حول دوشش M_{ps} نیز می باشد و این مشخصه ای است که عموماً نامطلوب
 می باشد.

در حالت کلی برای محاسبه M_{ps} احتیاج به معالیه پاسخ زکانش لایحه حلقه سبب از روی
 پاسخ زکانش لایحه حلقه باز داریم. برای انجام این عمل می توان از دیگرام نیلونه [۶۳] استفاده
 کرد. نیلونه ای که در قسمت (۴-۵) توضیح داده شده است.



شکل ۴-۱۰: رابطه بین M_{ps} و M_{pe}

در انتهای این قسمت به نکته بسیار مهمی درباره حدناز اشاره می‌کنم. همانطور که از مطالب این قسمت متوجه‌الست، حدناز مشخصه بسیار مهمی در سیستم‌های کنترلی بوده و رابطه مستقیمی با رقت زمانی سیستم نیز دارد. تمام مطالب قسمتهای قبل درباره اندازه $(\omega)G(s)K$ متمرکز شده بود. اگر بتوانیم حدناز سیستم را نیز به رقتار اندازه $(\omega)G(s)K$ ربط بدهیم، آنگاه

قدم بسیار مهمی در تسهیل مراحل طراحی برداشته خواهیم شد. نکته جالب این است که اگر $K(s)G(s)$ گویا و سده بوده و معوقه قطبی در سمت راست محور s یا روی آن نباشد

باید آنگاه بود (Bode) [۱۴] نشان داد که از روی اندازه $(\omega)G(s)K$ می‌توان فاز آنرا در هر فرکانسی بریزد. در فرکانس ω بدین ترتیب می‌توانیم این عمل را

جزئیات ریاضی آن به پیوست. الف مستقل شده است. در اینجا فقط به کلیات آن اشاره خواهیم کرد. برود نشان داد که فاز $(\omega)G(s)K$ در فرکانس ω به نسبت اندازه $(\omega)G(s)K$ در فرکانسهای حول و حوش ω وابسته است و تقریباً اگر نسبت اندازه

-20 dB/decade باشد، آنگاه فاز تقریباً -90° درجه خواهد بود و برای

اینکه حدناز مطلوبی داشته باشیم، نسبت اندازه نباید زیاد باشد و عمده‌ای باید سعی کرد که حداکثر -20 dB/decade برسد و دیالرام بود $(\omega)G(s)K$ باید 20 dB/decade یا بیشتر

قطع شود. این نکته مهمی در مراحل طراحی می‌باشد و باید به آن توجه داشت. در ادامه با معیاری مطالب ذکر شده، درباره رقتار اندازه یا سطح فرکانسی یک سیستم نمونه

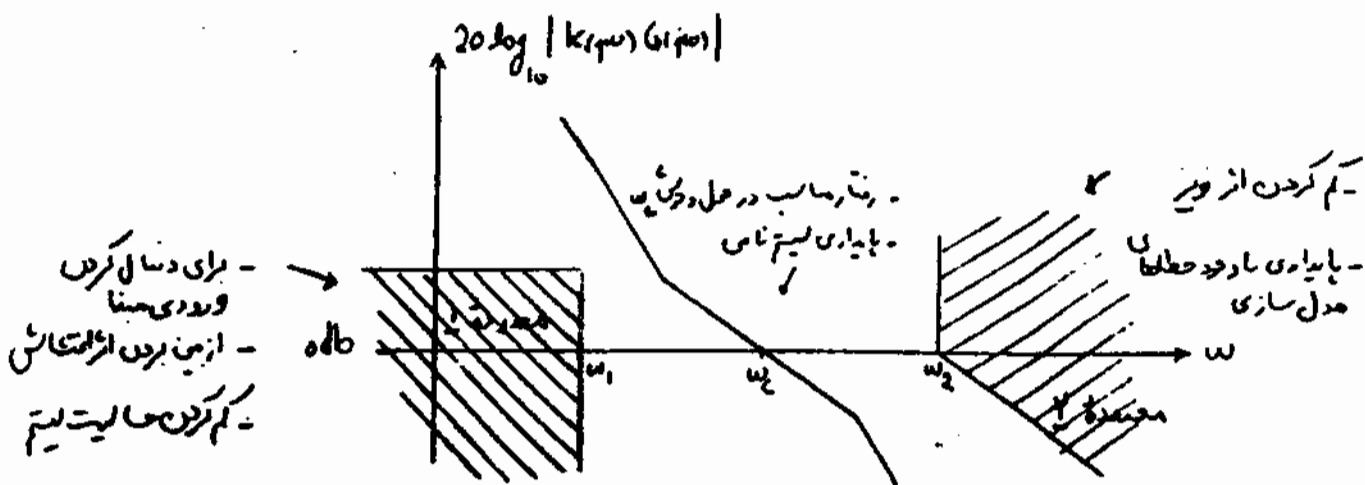
و رابطه آن با پاسخ زمانی سیستم بحث خواهیم کرد.

۴-۳ - مشخصه‌های اندازه پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی خوب

در قسمت‌های قبل مشاهده کردیم که برای دنبال کردن ورودی‌ها، گامش از اغتشاش و کم کردن حساسیت سیستم حلقه بسته به تغییرات حول سیستم احتیاج به بهره حلقه بزرگ داریم. علاوه بر این

گامش از نویز اندازه‌گیر بر روی خروجی و پایداری در مقابل تغییرات حول سیستم احتیاج به بهره حلقه کوچک می‌باشد. پس دیالرام بود (نمونه) $(\omega)G(s)K$ می‌تواند چیزی همانند

شکل (۱۱-۴) باشد. در این شکل دو محدوده هالتر رده مشخص شده است که دیالرام اندازه $(\omega)G(s)K$ برای یک سیستم کنترلی خوب نباید وارد این محدوده هالتر [۱۳].



شکل (۴-۱۱) - دیالگرام بود یک سیستم نمونه

محدوده ۱ برای برقرار شدن شرط $|K(s)G(s)| \gg 1$ انتخاب شده است و محدوده ۲ برای برقرار شدن شرط $|K(s)G(s)| \ll 1$ (توجه کنید که نیب اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانسهای خیلی پایین باینتر نوع سیستم (System Type [۶]) می باشد اثر این نیب 20 dB/decade باشد. آنگاه نوع سیستم ۱ است - $K(s)G(s)$ یک انتقال گیر در درون خود دارد؛ اثر این نیب 40 dB/decade باشد. آنگاه نوع سیستم ۲ است و به همین سوال برای نیبهای دیگر.)
 مسئله طراحی سیستم کنترلی معادل است با اینکه همین $K(s)$ بلوکهای انتقالی تا $|K(s)G(s)|$

در مناطق هائوز زده شود و نیب حلقه نسبت به زیادهای باشد. علاوه بر رفتار فاز $|K(s)G(s)|$ هنگامی که اندازه $K(s)G(s)$ تقریباً یک می باشد بسیار مهم است که $K(s)$ باید برای انتخاب شود تا یک حدفاصل مناسب حاصل شود و همانطور که در قسمت قبل اشاره کردم $K(s)G(s)$ با فاز منبسط برای حصول به یک حدفاصل مناسب باید $K(s)$ بلوکهای انتخابی تا نیب $|K(s)G(s)|$ در حول دوقس فرکانسی کمتر 0.5 dB (ω_c) زیاد و تقریباً 20 dB/decade باشد.

ال ۴۳: محدوده های ۱ و ۲ شکل (۴-۱۱) را بلوکهای تعیین کنید تا خطای دنبال کردن ولتاژ سیگنال با فرکانس کمتر از 1 rad/sec تقریباً کمتر از ۵٪ بوده و ورودی منبسط بلوکهای خطای ماندگار دنبال شود. همیشه فرض کنید که خطاهای مدل سازی به صورت هیرس

$$|S(\omega)| = 0 \quad \omega > 100 \text{ rad/sec} \quad (4.19)$$

$$|S(\omega)| \leq 10 \quad \omega > 100 \text{ rad/sec}$$

بدل شود. با استفاده از مطالب قسمت (۲-۴) برای دنبال کردن ورودی های با فرکانس کمتر از 1 rad/sec با خطی که از 5 dB اندازه $K_{\text{ip}} K_{\text{ip}}(\omega)$ را باید حدوداً از 26 dB

(در فرکانسهای کمتر از 1 rad/sec) بزرگتر انتخاب کنیم. همچنین با مراجعه به (۲-۴) در فرم

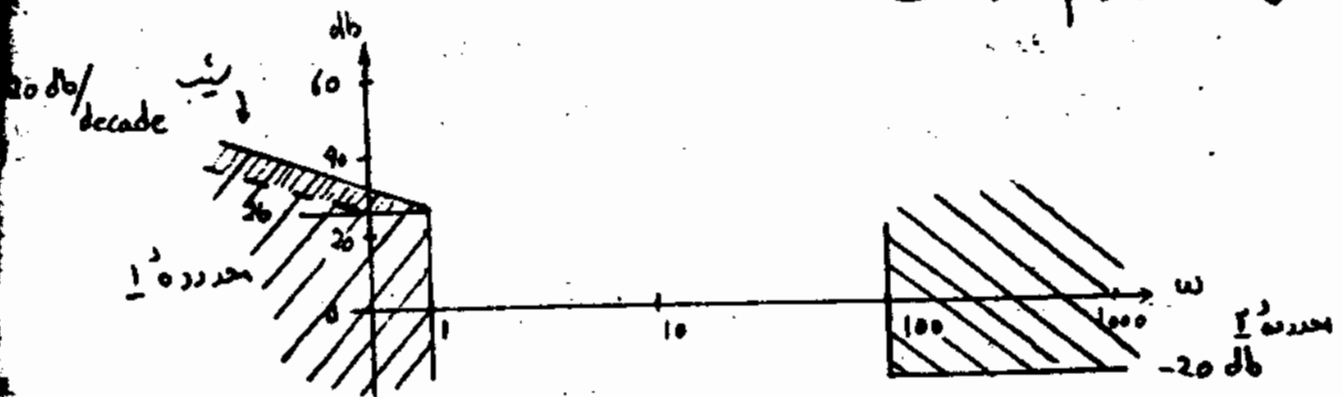
$$|S(\omega)| = 4 \text{ اندازه } K_{\text{ip}} K_{\text{ip}}(\omega) \text{ در فرکانسهای بزرگتر از } 100 \text{ rad/sec} \text{ که فیلتر}$$

از 20 dB انتخاب شود. همچنین برای دنبال کردن ورودی پله بدون قطب سازد.

احتیاج به یک انتقال نیز در $K_{\text{ip}} K_{\text{ip}}(\omega)$ داریم. پس یک اندازه در فرکانسهای پایین باید

اولاً 20 dB/decade باشد. با استفاده از این اطلاعات، محدوده های 1 و 2 در

شکل (۴-۱۲) رسم شده است.



شکل (۴-۱۲)

تقریباً در محدوده 1 خطوط با شیب -20 dB/decade می توانیم برای مختلف انتخاب شود.

در شکل (۴-۱۲) در ردیفی متفاوت برای این منظور در نظر گرفته شده و یکی با نظرمین ردیفی با

مطابق پایین داده شده است. البته برای کاهش خطا در فرکانسهای پایین واضح است که

باید وارد منطقه ای که عبور است هر چند حالاً مورد توجه شده ایم.

نکته بسیار مهمی را که باید به آن توجه داشت، قابل تغییر بودن محدوده های 1 و 2 در مراحل

طراحی می باشد چون در رابطه امکن است این محدوده ها را نمونه ای انتخاب کنیم که برآورده کردن

شرایط مختلف امکان پذیر باشد. بطور مثال در شکل (۴-۱۱) اگر فرکانسهای ω_1 و ω_2 خیلی

بزرگتر نزدیک باشند، آنگاه برای گریز از محدوده های 1 و 2 ناچار به قطع خط 0 dB با

شیب زیاد فوایم بود که بعبودید آمدن حدی نامطلوب خواهد شد. علاوه بر این

سخت‌زادی عمده در طی عملیات (۱۵۱) بارگشت و سواد و تغییر این مقادیر در صورت اِخبار
 قابل قبول می‌باشد. دلایل مشابهی را می‌توانیم مشاهده کنیم در صورت لزوم نیز می‌توانیم
 پس در صورت اِخباری تکرار تا حدودی ثابت و محدود می‌ماند و این سواد را به آنها به صورت
 محدوده‌های نیز قابل نفوذ نگاه کنید.

در این قسمت و قسمت‌های قبل به تفصیل درباره اندازه‌های پاسخ فرکانسی نسبت حلقه باز
 (۱۵۱) (۱۵۲) صحبت کردیم. البته در تمامی مراحل هدف انتخاب این است که بتواند ای
 بود تا نسبت حلقه بسته $G_{cl}(s) = K(s)G(s)/(1+K(s)G(s))$ رفتار مناسبی داشته باشد. در ادامه
 درباره رابطه بین پاسخ فرکانسی نسبت حلقه باز و حلقه بسته و چگونگی محاسبه پاسخ فرکانسی نسبت
 حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی نسبت حلقه باز صحبت خواهیم کرد. علاوه بر این رابطه دقیق‌تر بین پاسخ
 زمانی و پاسخ فرکانسی نسبت حلقه بسته را ذکر خواهیم کرد.

۴-۴ - رابطه بین پهنای باند نسبت حلقه بسته و ω_c

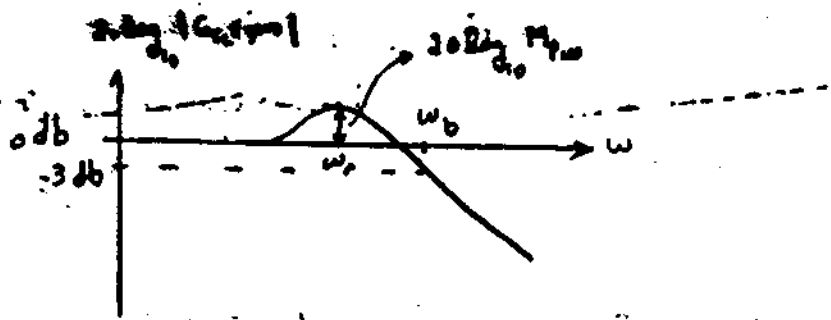
نسبت شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید و توابع تبدیل حلقه باز $G_o(s)$ و حلقه بسته $G_{cl}(s)$
 را به صورت زیر تعریف کنید:

$$G_{oL}(s) \triangleq K(s)G(s) \quad (۴-۲۰)$$

$$G_{cl}(s) \triangleq \frac{G_{oL}(s)}{1+G_{oL}(s)} \quad (۴-۲۱)$$

شود که تاکنون در گذشته است. عمده در فرکانس‌های پایین اندازه $G_{oL}(s)$ بزرگ می‌باشد. واضح
 است که در این فرکانس‌ها $G_{cl}(s)$ تقریباً یک واحد بود. همچنین در فرکانس‌های بالا اندازه
 $G_{cl}(s)$ عمده کوچک‌تر است پس در این فرکانس‌ها $G_{cl}(s)$ تقریباً همان $G_{oL}(s)$ خواهد بود.
 در فرکانس‌هایی که اندازه $G_{oL}(s)$ خیلی بزرگ ریاضی کوچک‌تر است. می‌تواند $G_{cl}(s)$ برای
 $G_{cl}(s)$ باشد. مسئله مهم دیگری بدست آوردن $G_{cl}(s)$ در فرکانس‌هایی است که اندازه
 $G_{cl}(s)$ تقریباً یک می‌باشد.

عمده رفتار $G_{cl}(s)$ برای بسیاری از سیستم‌ها نسبت شکل (۴-۲۱) می‌باشد. در این شکل
 می‌توانیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی است که قبلاً در قسمت (۴-۲) نیز بیان شده کرده بودیم.



شکل (۴-۱۳) - پاسخ فرکانسی برای سیستم معلقه

همینطور ω_b نمایانگر پهنای باند سیستم است و آن فرکانسی است که در آن اندازه پاسخ فرکانسی $3dB$

از اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانسهای پایین کمتر است (البته در بعضی از سیستم‌ها ω_b ω_p کمتر است برآمدگی هیرت شکل (۴-۱۳) نشان می‌دهد) در قسمت (۴-۲) گفته شد که

M_p رابطه معکوس با ضریب سیستم دارد. در اینجا خواهیم دید که پهنای باند ω_b رابطه مستقیم با فرکانس گذر $0.5\omega_p$ دارد. برای مشاهده این مطلب زین

بند

$$G_m(\omega) = \frac{\omega_p}{s} \quad (4-22)$$

آنگاه داریم

$$G_m(\omega) = \frac{\omega_p}{s + \omega_p} \quad (4-23)$$

واضح است که برای این سیستم درجه یک، فرکانس ω_p همان ω_c خواهد بود و همینطور پهنای باند $G_m(\omega)$ نیز همان ω_p است:

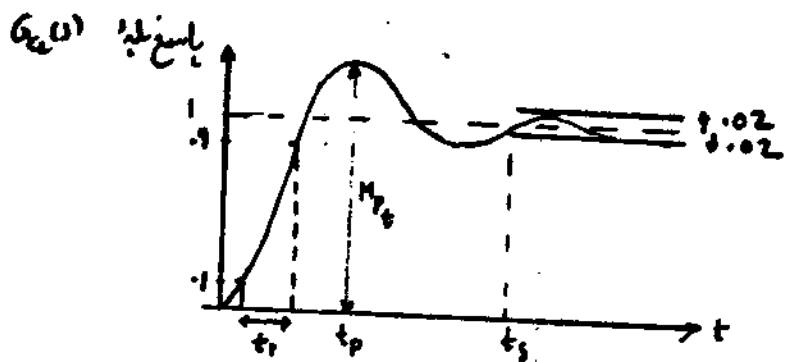
$$\omega_b = \omega_c = \omega_p \quad (4-24)$$

پس برای این سیستم بخصوص رابطه بسیار نزدیکی مابین ω_b و ω_p برقرار است. توجه کنید که در این سیستم ω_p نمایانگر سرعت پاسخ سیستم است چون هرچه ω_p بزرگتر باشد آنگاه ثابت زمانی کوچکتر بوده و

سیستم سریعتر پاسخ خواهد داد. بطور مثال زمان نشست که زمان درود به محروم (1 ± 0.02) مقدار پهنایی (به شکل (۴-۱۴) مراجعه کنید) نزدیک شده است و آنرا با t_s نمایش خواهیم داد برابر 4 ثابت زمانی می‌باشد

$$t_s = 4T, \quad T \approx \frac{1}{\omega_p} \quad (4-25)$$

پس از این ω_p یا ω_b (که همان ω_c است) باعث کاهش زمان نشست خواهد شد. همینطور زمان صعود که زمان رسیدن از ۰ تا مقدار پهنایی به ۹۰ مقدار پهنایی می‌باشد و آنرا با t_r



شکل (۴-۱۴) - تعریف t_r , t_s , M_p

نمی‌دهیم برای سیستم (۴-۲۳) برابر است با

$$t_r = \frac{2.2}{\omega_b} \quad (4-24)$$

ن افزایش چنانی باشد است کاهش زمان معود فرآیند. این معادله را سیستم صادره با آرزوی فرآیند برای روش تر شدن سطح در داده زمین کنیم

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)} \quad (4-25)$$

که داریم

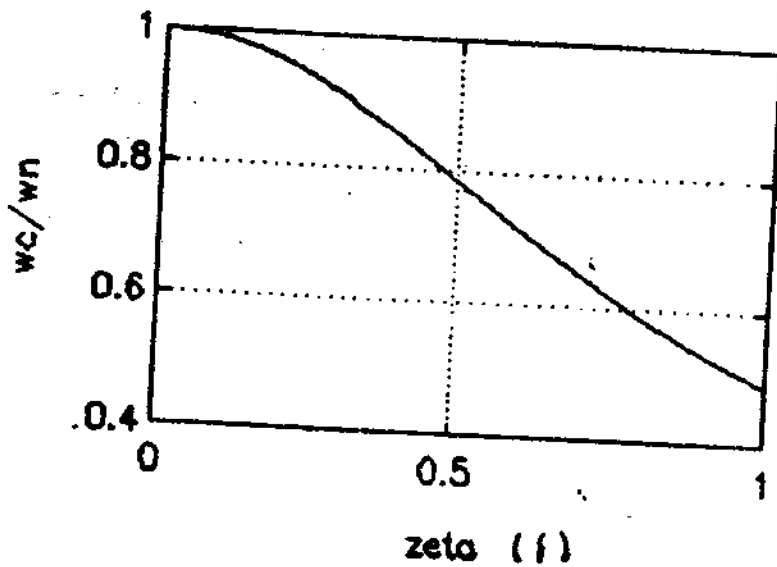
$$G_{cl}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4-26)$$

پولیس سیستم درجه دوم ω_c و ω_b را می‌توان از روابط زیر محاسبه نمود [۱۰]:

$$\omega_c = \omega_n \left((4\zeta^2 + 1)^{1/2} - 2\zeta^2 \right)^{1/2} \quad (4-27)$$

$$\omega_b = \omega_n \left((2 - 4\zeta^2 + 4\zeta^4)^{1/2} + 1 - 2\zeta^2 \right)^{1/2} \quad (4-28)$$

تغییرات ω_c/ω_n و ω_b/ω_n با ζ در شکل های (۴-۱۵) و (۴-۱۶) نمایش داده شده است.



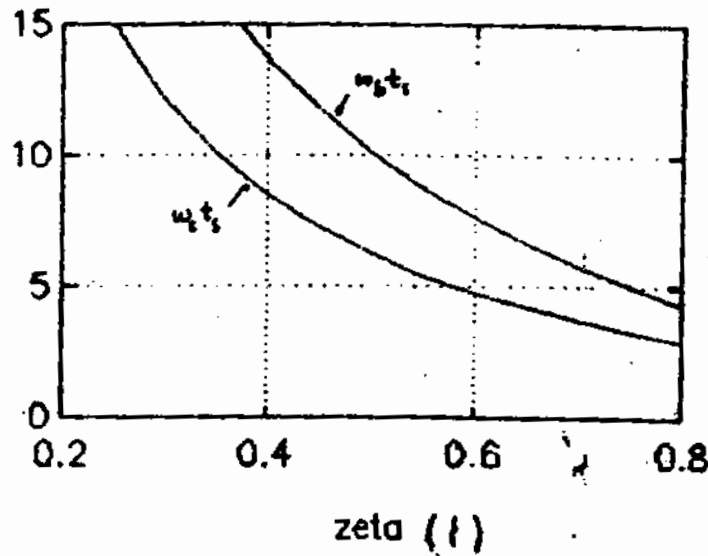
$$t_s = \frac{2.2}{\omega_n}$$

در واقع رابطه بالا برای بسیاری از سیستم‌ها (حتی با درجه‌های بالا) برقرار است و با اندازه‌گیری t_s می‌توان ω_n را محاسبه کرد و یا با اندازه‌گیری ω_n ، t_s را نتیجه گرفت.

در سیستم درجه دوم (۴-۲۸)، ثابت زمانی سیستم را $\frac{1}{\omega_n}$ در نظر می‌گیرند و زمان نشست برای این سیستم‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید قابل معالجه است:

$$t_s = \frac{4}{\omega_n} = 47 \quad \left(\frac{1}{\omega_n} = 7 \right) \quad (۴-۲۲)$$

از روابط (۴-۲۹) و (۴-۳۰) برای ω_n بر حسب t_s و ζ و همچنین ω_n بر حسب t_s و ζ می‌توان به دست آورد. این معادلات را می‌توان به شکل (۴-۳۱) رسم شده است و از آن می‌توان برای معالجه زمان نشست و از روی ω_n یا ζ استفاده کرد.



شکل (۴-۳۱)

این معادله برای بدست آوردن ω_n (یا ζ) از t_s یا برای بدست آوردن t_s از ω_n (یا ζ) استفاده می‌کند. این معادله را می‌توان به شکل (۴-۳۱) رسم کرده است و از آن می‌توان برای معالجه زمان نشست و از روی ω_n یا ζ استفاده کرد.

این معادله را می‌توان به شکل (۴-۳۱) رسم کرده است و از آن می‌توان برای معالجه زمان نشست و از روی ω_n یا ζ استفاده کرد.

این معادله را می‌توان به شکل (۴-۳۱) رسم کرده است و از آن می‌توان برای معالجه زمان نشست و از روی ω_n یا ζ استفاده کرد.

عامل دیگری که به رانندگی کند، مقدار انرژی گسترش موجودی باشد. توجه کنید که تابع G_{ω} از شکل (۲-۳۱) صورت زیر است:

$$G_{\omega} = \frac{K\omega}{k(1 + G\omega)} \quad (4-32)$$

حال در فرکانس‌هایی که بهره حلقه بزرگ است (یعنی $G\omega \gg 1$) داریم:

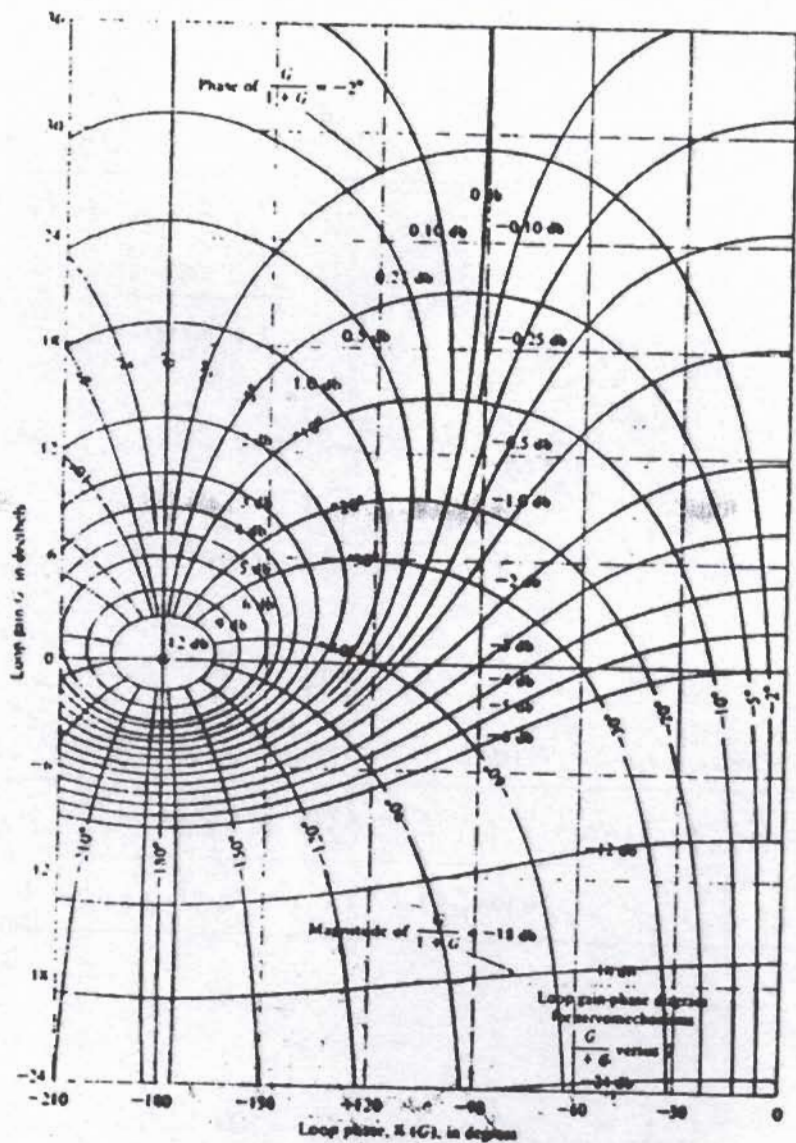
$$G_{\omega} \approx \frac{K}{k} \quad (4-33)$$

فرقی کنید که فرکانس گذر پهنای $K(1 + G\omega)$ (۳-۳۰) بزرگتر از فرکانس پهنای $G\omega$ باشد. در این صورت در یک محدوده فرکانسی $K(1 + G\omega)$ بزرگ بوده در حالی که

کوچک است پس در این محدوده با استفاده از (۴-۳۴) $G_{\omega} \approx \frac{K}{k}$ بزرگ بوده و لذا دنبال کردن ورودی سبب در این فرکانسها احتیاج به استفاده زیاد از ورودی $u(t)$ می‌باشد که عملی ناسطرب است.

۴-۵ - چگونگی محاسبه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز

برای محاسبه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی بهره حلقه می‌توان از دیاگرام نیقولز [۴] استفاده کرد. دیاگرام نیقولز تقریباً در M و N [۴] بر روی دیاگرام لگاریتم اندازه-فاز (log magnitude phase plot) می‌باشد. این دیاگرام در شکل (۴-۱۹) نمایش داده شده است. طرز استفاده از آن به این صورت است که پاسخ فرکانسی G_{ω} را با استفاده از مقیاس‌های لمدی (اندازه بر حسب db) و افقی (فاز بر حسب درجه) بدون توجه به منحنی‌ها رسم می‌کنیم. پس برای هر فرکانس ω ، پاسخ فرکانسی G_{ω} نقطه‌ای بر روی این دیاگرام خواهد بود. این نقطه بر روی یکی (یا دویزگی) از منحنی‌های $\left| \frac{G_{\omega}}{1 + G_{\omega}} \right|$ مقدار ثابت قرار خواهد داشت. محدوده نسبت شده در کنار این منحنی نمایانگر اندازه G_{ω} در این فرکانس مشخصی خواهد بود. به همین صورت برای فاز سیستم حلقه بسته عمل خواهیم کرد و نقطه تلاقی با منحنی‌های $\frac{G_{\omega}}{1 + G_{\omega}}$ که مقدار ثابت را در نظر خواهیم گرفت.



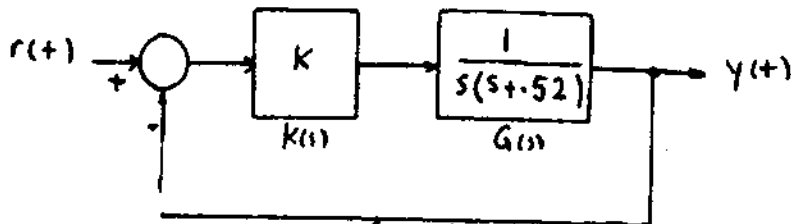
شکل (۴-۱۹) دیاگرام نیکولز

استفاده از دیاگرام نیکولز برای بررسی پایداری سیستم در فرکانس بالا برای این منظور کافی است معنی $\left| \frac{G}{1+G} \right|$ مقدار است (در فرکانس بالا) که در پاسخ فرکانس (سازمان) حاصل می شود. در صورت آوردن د فرکانس مربوط به نقطه تقاطع $1+G$ با G خواهد بود. (لیس مراجعه به شکل (۴-۱۸)) می توان نسبت میدان G مربوط به نقطه تقاطع G و $1+G$ را در صورت رسم آورد.

الته آورده شده است با استفاده از کپیبرداری می توان G را از روی G (سازمان) کالکولر دیاگرام نیکولز حد کاربرد آن در طریق می باشد چون ما استفاده از آن می توان تشخیص داد

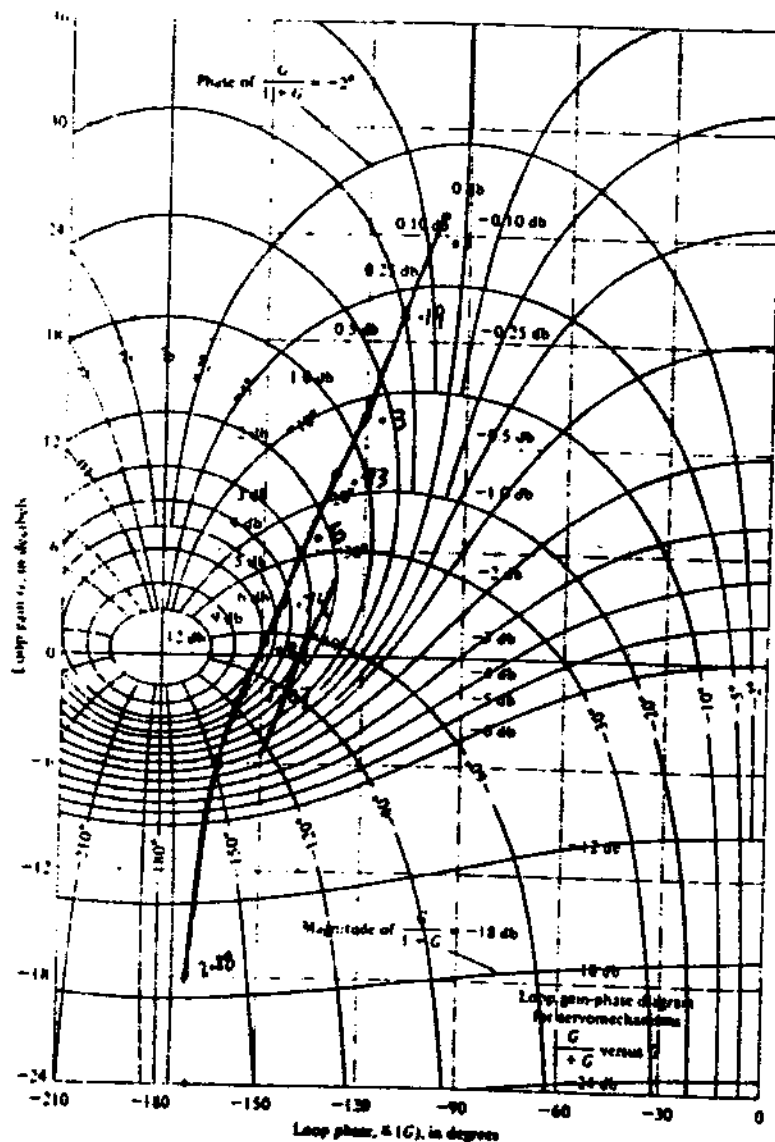
که میزنند باید $G_o(s)$ را در صورت لزوم تغییر دهیم تا بغیر مثال M_p مطلوب حاصل شود.

مثال ۴-۴: سیستم کنترلی برراده را ببینید. با استفاده از دیگرام میکر K را بگونه‌ای تعیین کنید تا M_p تقریباً ۱.۴ باشد.



شکل (۴-۴)

نوعی $k=1$ ، دیگرام لاینم اندازه - فاز $K(s)G(s)$ در شکل زیر رسم شده است. با توجه به



شکل (۴-۵)

شکل واضح است که M_{ω} تقریباً 6 db بوده و در فرکانس 0.9 rad/sec اتفاق می افتد. البته در این مثال بعضی سادگی با استفاده از روابط (۴-۱۷)، (۴-۱۸) می توان M_{ω} و ω را محاسبه کرد چون برای $k=1$ تابع تبدیل سیستم حلقه بسته صورت $(1 + 0.525s + s^2) / (s^2 + 1)$ می باشد پس داریم $M_{\omega} = 0.26$ و با استفاده از روابط ذکر شده خواهیم داشت $M_{\omega} = 1.99$ و $\omega_p = 0.93$. توجه کنید که اگر بهره $k=1$ استفاده کنیم، آنگاه با مراجعه به شکل (۴-۱۵) واضح است که ما کمترین جیس به ورودی به تقریباً 1.92 است و همپور از روی دیاگرام (۴-۱۱) مشخص است که حدناز ما فرضی $k=1$. 30 درجه و حد بهره از طرف مالا سی نهایت و از طرف پایین نیز صفر است . (حدناز محاسبه شده رای توان از روی شکل (۴-۸) و با رابطه 100 م نیز تأیید نمود)

رای آینه M_{ω} را به 1.4 (2.9 db) تقلیل دهیم . باید پاسخ فرکانس (۱۰) $K(10)$ را مقداری پایین بگیریم . با توجه به دیاگرام شکل (۴-۱۱) واضح است که این دیاگرام را باید به مقدار 6 db پایین بگیریم . پس $K=0.5$ (-6 db) انتخاب خواهیم کرد . در اینصورت حدناز سیستم 42 درجه بوده و ما کمترین جیس به ورودی به (شکل (۴-۱۰) نیز 1.27 خواهد بود .

۴-۶ - خلاصه

در این فصل رفتار بهره حلقه یک سیستم کنترلی ایده آل را مورد بررسی قرار دادیم و مشاهده کردیم که رای حلقه پایداری سیستم حلقه بسته با وجود خطاهای مولد می باشد اندازه بهره حلقه را در فرکانس های بالا کوچک انتخاب کنیم . علاوه بر آن دادیم که مفاهیم حدناز و حد بهره عمده معیارهایی مناسبی برای مقایسه کردن مقاومت پایداری سیستم در مقابل تغییرات پارامترهای مانند رانده مملوکس حدناز و ما کمترین جیس پاسخ به سیستم حلقه بسته را نیز بر مبر شدیم . رابطه ما کمترین جیس پاسخ به سیستم حلقه بسته ما کمترین جیس پاسخ فرکانس سیستم حلقه بسته نیز به تفصیل مورد بررسی قرار گرفت و نشان دادیم که افزایش M_{ω} با افزایش M_{ω} همراه بوده و این رابطه نزدیک برای سیستم های مادره ای مالا ترازا درجه دوم برقرار است . همپور ذکر کردیم که رفتار بهره حلقه در مولی و ناس به بسیار مهم بوده و تا حد امکان نباید خطا را با سیستم های زیاد قطع نمود چون لب لباهای حلقه سیستم خواهد شد . فرکانس به نیز رابطه M_{ω} را با جیس های با بهره سیستم حلقه بسته داشته و مرتب پاسخ سیستم حلقه بسته را تعیین می کند . در فصل بعد M_{ω} را خواهیم داد که چگونه با انتخاب ضرایب مناسب می توان به اهداف ذکر شده در اینجا دست یافت .



فصل ۵

طراحی کنترل کننده در حوزه فرکانس

در فصل های قبل با ویژگی های یک سیستم کنترلی فوب آشنا شدیم. امروزه در قسمت (۴-۳) بر اساس معیارهای مختلف محدودده جایی از دیالرام بود اندازه یا سطح مرگاشی سیستم معین شد و هدف از طراحی کنترل کننده انتخاب $K(s)$ بلونهای است تا اندازه $G(s)G(s)$ دارد محدودده های مشخصه شده شود. در این فصل درباره حلونلی انتخاب $K(s)$ براساس معیارهای مشخصه در حوزه فرکانس صحبت خواهیم کرد. ترز بسیره ماده این فصل استفاده از مراد که آنجاها پیش فاز پس فاز تقویت کننده آنها خواهد بود و [۴] [۵] [۶] نیز برونه - برای مطالب این فصل می باشد.

۵-۱ از جهات خاصی در پاسخ فرکانسی

بهترین انتخاب ممکنه برای کنترل کننده $K(s)$ یک تقویت کننده با بهره k باشد. به عبارت دیگر سفیل خطا را تقویت کرده و به عنوان ورودی $u(t)$ به سیستم می کنیم. اگر کنترل کننده $K(s)$ فقط یک بهره خاصی باشد، آنگاه فقطای تراند دیالرام $G(s)G(s)$ را بالا $(|k| > 1)$ و یا پایین $(|k| < 1)$ برد و اگر $k > 0$ باشد آنگاه فاز $G(s)G(s)$ همان فاز $G(s)G(s)$ بودن و تغییر نخواهد کرد. در بعضی از موارد می توان با استفاده از یک بلونلی دیالرام اندازه $G(s)G(s)$ را بلونلی ای بالا برد تا وارد نواحی یاد شده در این حال

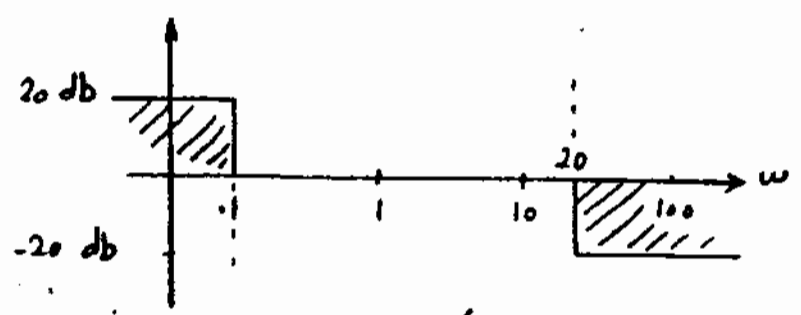
حدفاز مناسبی نیز بدست آورد. متأسفانه در بسیاری از موارد نمی توان با استفاده از یک بهره خالی تمام مزایای دلخواه را برآورده ساخت. بطور مثال افزایش بهره K با زیاد شدن فرکانس ω همراه است و مار بسیاری از سیستم ها در فرکانس های بالا اقلاً ۱۸۰- درجه است و افزایش ω باعث کاهش حدفاز در پایداری سیستم حلقه بسته خواهد شد. اشکال بهره خالی این است که تمامی فرکانسها را به یک مقدار تقویت یا تضعیف می کند و عملاً مطلوب نقطه تقویت در یک محدوده فرکانسی مناسب می باشد. برای روشن شدن مطلب به ذکر یک مثال خواهیم پرداخت.

مثال ۵-۱: در این مثال یک سیستم کنترل مکان بر سبده موتور DC را مورد بررسی قرار خواهیم داد. سیستم شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید. در اینجا $G(s)$ نمایانگر تابع تبدیل یک موتور DC می باشد. ورودی $u(s)$ و تلافی در سیم پیچ آرمیچر و $\gamma(s)$ زاویه شفت موتور می باشد. تابع تبدیل موتور هدورت زیر است:

$$G(s) = \frac{0.2}{s(s+1)} \quad (5-1)$$

در این مسئله فرض می کنیم که زاویه شفت موتور در سبده یک پدیده ناپدید انداز نظیری شده و پس از تقویت از زاویه دلخواه شفت موتور تقویت شده (باز بهره K) در دو سر سیم پیچ آرمیچر اعمال می شود. در اینجا می خواهیم سینیالهای سینوسی با فرکانس کمتر از 0.1 rad/sec را با مدالک (تقریباً) 10% خطا مثال کنیم و حدفاز سیستم نیز 45° در نظر می باشد. علاوه می خواهیم اندازه بهره حلقه در فرکانسهای بالاتر از 20 rad/sec کمتر از 10% (بناظر در حد خطاهای مدل سازی در فرکانسهای بالا).

با توجه به مشخصات مسئله، محدوده های فرکانس پایین را بالا هدورت شکل زیر خواهد بود.



شکل (۵-۱)

باسخ فرکانسی سیخ (1) در شکل (5-2) رسم شده است. مانند سایر امواج واضح است که فاز (1) در فرکانس (rad/sec) تقریباً 135- درجه می باشد و از این فرکانس را فرکانس گذر قرار دهیم. آنگاه حد فاز 45 درجه خواهد بود. با توجه به دیگرام اندازه اندازمان در فرکانس (rad/sec) تقریباً 0.1414 است پس از

$$K(s) = \frac{1}{0.1414} = 7.07 \quad (5-2)$$

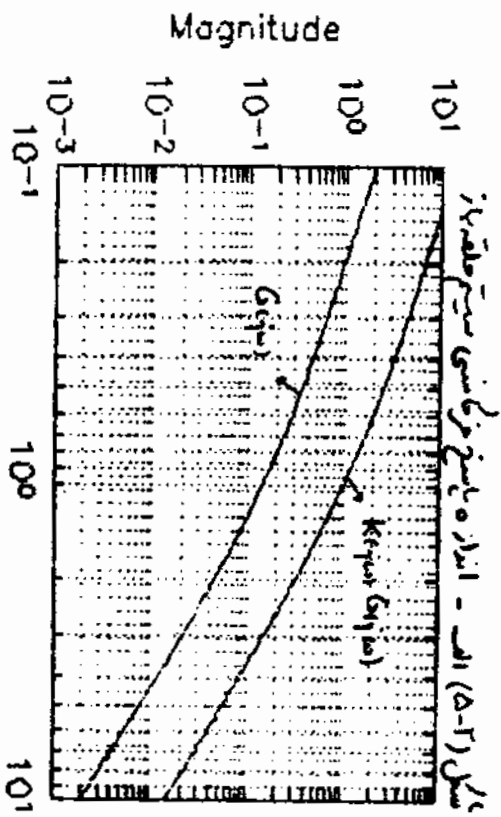
انتخاب کنیم. آنگاه فرکانس گذر 0.08 rad/sec برابر (rad/sec) 1 شده و حد فاز نیز 45 درجه خواهد شد. پاسخ فرکانسی (1) نیز در شکل (5-2) رسم شده است. خوشبختانه در این مسئله با انتخاب K(s) صورت (5-2) اندازه پاسخ فرکانسی (1) و (2) دارد محدوددهایی که در شکل (5-1) مشخص شده نخواهد شد و شرایط مطلوب ذکر شده برآورده خواهد شد.

با این انتخاب K(s) تابع تبدیل سیخ حلقه بسته از ورودی میانه خودی که آزاد با (1) میس فراموش داد بصورت زیری باشد

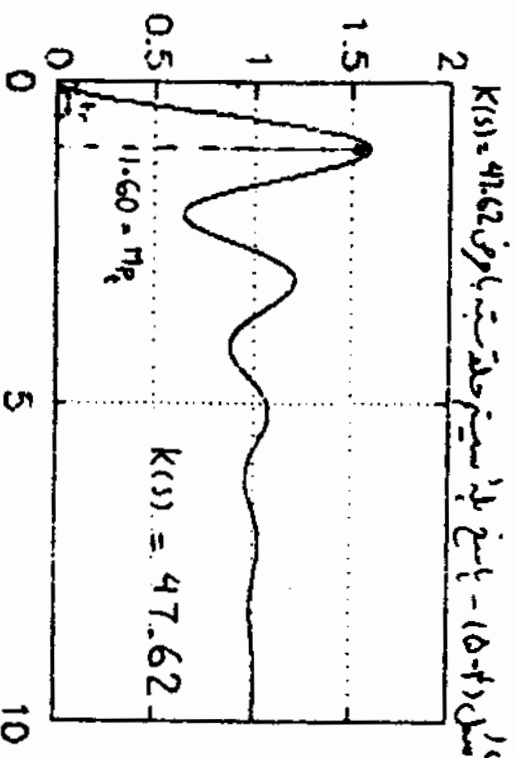
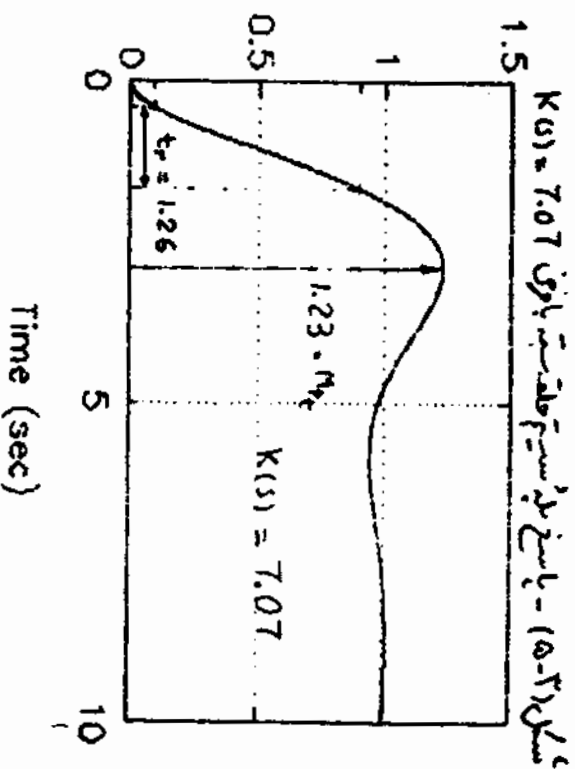
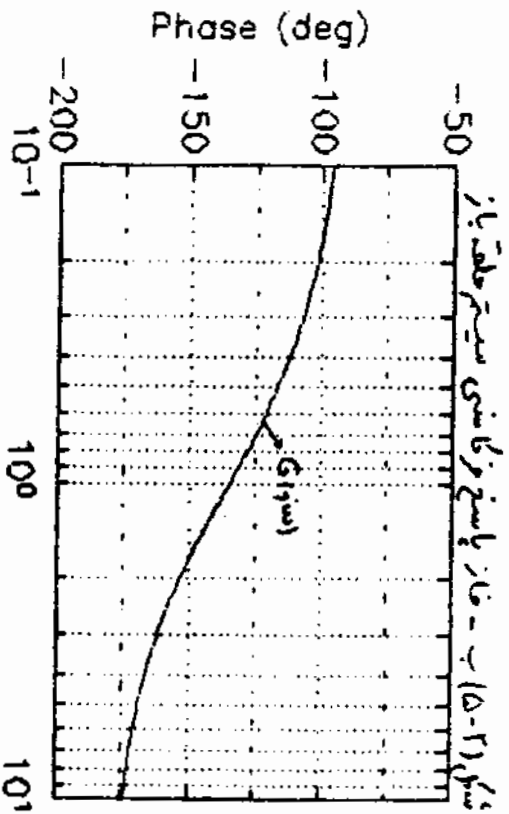
$$G_{ry}(s) = G_c(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} = \frac{1.414}{s^2 + s + 1.414} \quad (5-3)$$

پاسخ پله (1) در شکل (5-3) رسم شده است. توجه کنید چون حد فاز 45 درجه است پس با استفاده از (14-1) داریم 0.45 = و با مراجعه به شکل (10-4) خواهیم داشت $M_p = 1.21$ و یا به عبارت دیگر ماکزیم overshoot تقریباً 21٪ می باشد. البته در این مسئله بخصوصی با استفاده از تابع تبدیل سیخ حلقه بسته سادگی می توان M_p دقیق تر بدست آورد و امتیاهی در رسم پاسخ پله می بالذدی از - شکل (5-3) مراجعه کنیم فراموش دیدیم ماکزیم overshoot تقریباً 23٪ است. علاوه بر زمان نشست پاسخ پله در این شکل تقریباً 7.5 ثانیه است. (مقدار دقیق زمان نشست را می توان سادگی از روی (1) محاسبه کرد و این زمان 8 ثانیه می باشد.)

زمان صدور پاسخ پله نیز از روی شکل (5-3) برابر 1.26 ثانیه تعیین زده می شود. در این مثال ω_c منظور که گفته شده (rad/sec) 1 است و با استفاده از رابطه تقریبی $\omega_p = 1.5 \omega_c$ خواهیم داشت که یعنی باند سیخ حلقه بسته تقریباً 1.5 (rad/sec)



w (rad/sec)



ت و با استفاده از رابطه (۴-۲۶) داریم

$$t_p = \frac{2.2}{\omega_p} = \frac{2.2}{1.5} = 1.46 \quad (5-4)$$

و این مقدار نزدیک به مقدار ۱.۲۶ ثانیه که قبلاً ذکر کردیم می‌باشد.

پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته را نیز بدست آورده و در شکل (۵-۵) رسم کرده ایم. از روی این شکل واضح است که پهنای باند تقریباً 1.6 (rad/sec) بوده و ماکزیم مقدار پاسخ فرکانسی نیز ۱.۳۱ است. البته با استفاده از رابطه تقریبی (۴-۱۶) که در زیر آمده است - داریم:

$$M_{\omega} = \frac{1}{2 \sin \frac{\phi}{2}} = \frac{1}{2 \sin \frac{45}{2}} = 1.31 \quad (5-5)$$

و این مقدار بسیار نزدیک به مقدار ۱.۳۱ شده قبلی می‌باشد.

در این مثال اگر $\omega = 3 \text{ (rad/sec)}$ تقریباً 3 (rad/sec) شود و حدفاصل همان مقدار ۶۵ درج باقی بماند نمی‌توانیم تقوا از بهره خالی K استفاده کنیم. چگونگی انجام این عمل در قسمت بعد مایش داده شده است.

در ادامه فرض کنید که هدف انتخاب $K(s) = K$ پهنای باند تا فرکانس $\omega = 3 \text{ (rad/sec)}$ شود. ما توجه به شکل (۵-۳) اندازه $G(1) = 3 \text{ (rad/sec)}$ تقریباً ۰.۵۲۱ است. پس ما انتخاب

$$K(s) = \frac{1}{0.521} = 47.62 \quad (5-6)$$

فکس گذر $G(1) = 3 \text{ (rad/sec)}$ خواهد شد. البته حدفاصل در این صورت

۲۰ درج تقلیل خواهد یافت و پاسخ پله سیستم حلقه بسته را می‌خواهد نمود پاسخ پله سیستم حلقه بسته با پهنای باند 1.6 (rad/sec) - شکل (۵-۴) رسم شده است. توجه کنید که زمان صعود پاسخ پله t_r به $\frac{1}{3}$ مقدار قبلی (یعنی تقریباً ۰.۴۲ ثانیه) تحلیل یافت است. البته این به دلیل دراز شدن فرکانس ω (یا تقریباً ۳ برابر شدن ω) می‌باشد. در زمان شست پاسخ پله تغییر کرده است. البته به علت کاهش حدفاصل (و در نتیجه کاهش

تقریباً ۰.۲) با مراجعه به شکل (۴-۱۸) داریم

$$t_r \omega_c \approx 20$$

$$t_r \approx 6.7$$

(۵-۷)

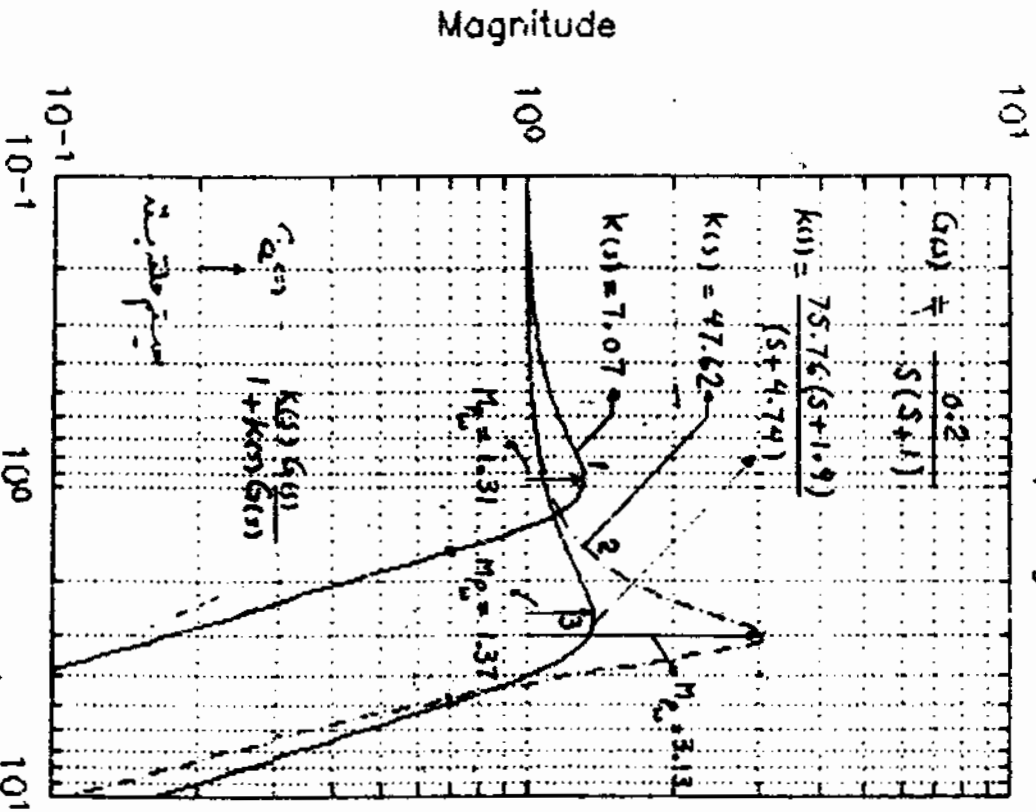
نیل (0-0) با سیر فرکانس می توانیم

نیل (0-0) است

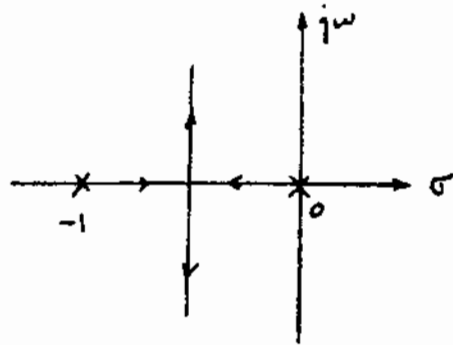
نیل (0-0) است

Closed Loop Magnitude

Closed Loop Phase



مقدار زمان نشست از روی شکل (۵-۴) تقریباً همان مقدار 7.5 ثانیه فعلی است و سطر ورودی زمان نشست با افزایش بهره K ثابت مانده است. این مطلب را می توان با استفاده از دیگرام مکان ریشه های زیرساده ζ توضیح نمود.



شکل (۵-۲) - طولی تغییر قطب های سیستم حلقه بسته با بهره $K > 0$

باتوجه به شکل واضح است که برای قطب های متمایل هموار برار $\frac{1}{2}$ بوده (برای مقادیر مختلف بهره K) پس زمان نشست نیز تقریباً $8 = 4/0.5$ ثانیه خواهد بود.

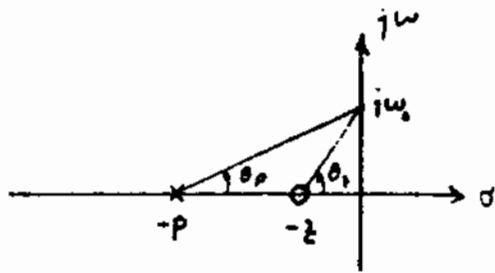
با سطح فرکانسی سیستم حلقه بسته مانند لگ شده (۵-۶) نیز در شکل (۵-۵) رسم شد. البته در علت کاهش حدناز به 20 درجه H_{dB} افزایش محسوس دالتی به 3.13 رسیده است. همچنین به نای باید که سیستم حلقه بسته نیز تقریباً همان 1.5 یعنی 4.5 (rad/sec) است. (با سطح فرکانسی سیستم حلقه بسته هم فارز هم اندازه) دقیقاً توجیه کنید.

۵-۲ - جبران کننده پیش فاز

در این قسمت درباره فیلترهای استفاده از جبران کننده پیش فاز (Lead Compensator) می بینیم. رفتار پاسخ فرکانسی سیستم صحبت خواهیم کرد. به طور کلی به مداری که تابع تبدیلی به صورت زیر دالتی مانند یک جبران کننده پیش فاز لغتی شود

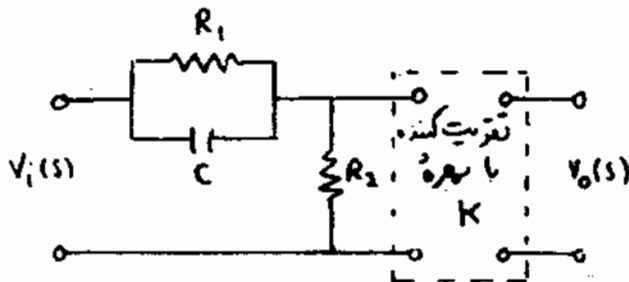
$$K(s) = K \frac{s+z}{s+p}, \quad p > z > 0 \quad (5-8)$$

شکل (۵-۷) آمده است. همانطور که واضح است این تابع تبدیل از قطب آن - محور s نزدیک تری باشد و چون در این شکل θ همواره از 0 بزرگتری باشد پس فاز $K(j\omega)$ همواره مثبت بوده و این علت آن پیش فاز می شوند.



شکل (۵-۷) - صفر و قطب جبران کننده پیش فاز

یک مدار الکترونیکی نزدیک به رفتار پیش فاز دارد در شکل زیر آمده است:



شکل (۵-۸) - مدار الکترونیکی صبران کننده پیش فاز

تغییر تبدیل این مدار بصورت زیر است

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K \frac{1 + \alpha T s}{\alpha(1 + T s)} = K \frac{s + 1/\alpha T}{s + 1/T} = K \frac{s + z}{s + p} \quad (5-9)$$

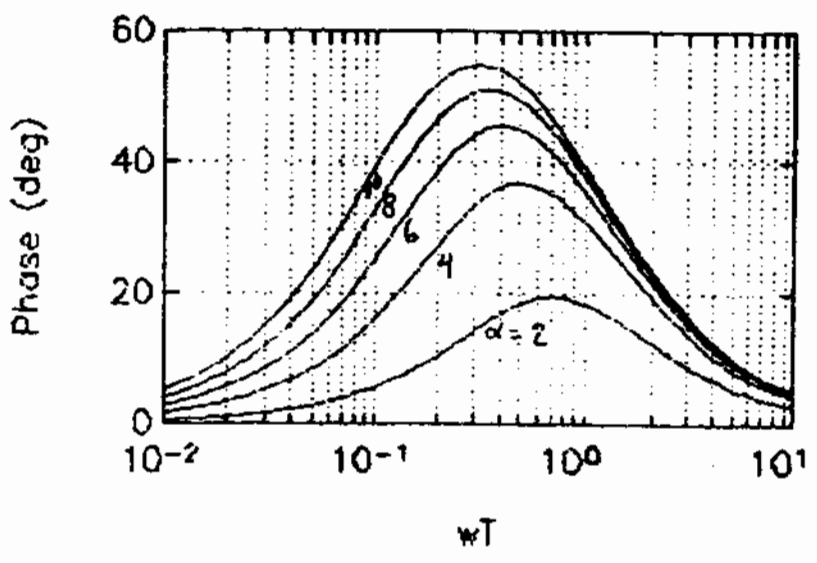
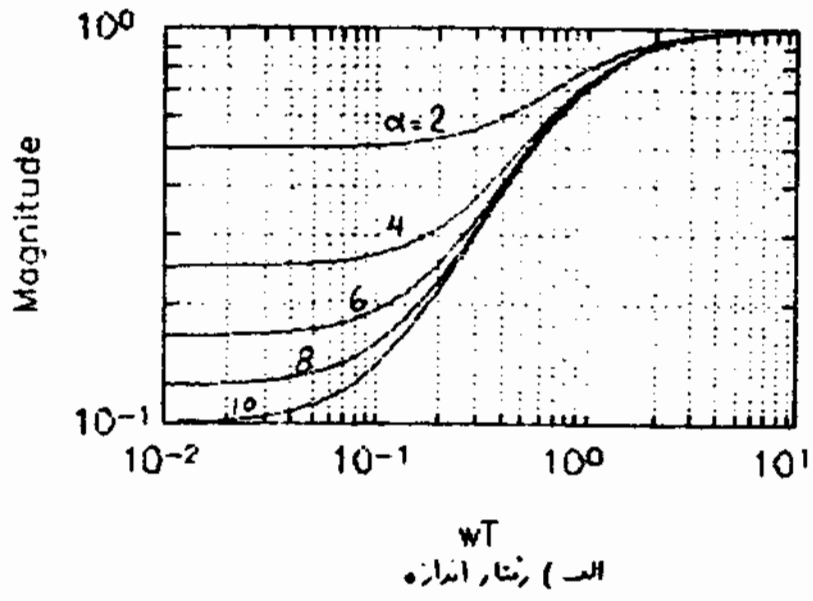
که در اینجا α و T ضرایب زیر تعریف شده اند

$$T \triangleq \frac{R_1 C}{\alpha}, \quad \alpha \triangleq \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1 \quad (5-10)$$

عموماً تابع تبدیل جبران کننده پیش فاز بدون بهره اضافی K را با $\bar{K}(s)$ نمایش خواهیم داد، یا بصورت دیگر

$$\bar{K}(s) = \frac{s + 1/\alpha T}{s + 1/T} \quad (5-11)$$

بایست فرکانسی برای چند مقدار α در شکل (۵-۹) آمده است. توجه کنید که رفتار اندازه $\bar{K}(s)$ عمده مشخصه مطلوب جبران کننده نیست (چون فرکانسهای پایین را تضعیف کرده ولی فرکانسهای بالا را دست نمی زند و این عمده مطلوب نمی باشد) بلکه رفتار فاز آن، رفتار مطلوب می باشد.



شکل (۵-۹) - بلوغ فرکانسی برای کده پیش فاز برای مقادیر مختلف α

ساده‌ترین توان نشان داد که مقدار فاز ماکزیم در فرکانسی که در نقطه همبندی صفر و قطب آن کده می‌باشد اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر از فرکانسی ماکزیم را باید فایض دهیم.

توجه داریم:

$$\omega_m = \sqrt{\zeta p} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

(۵-۱۲)

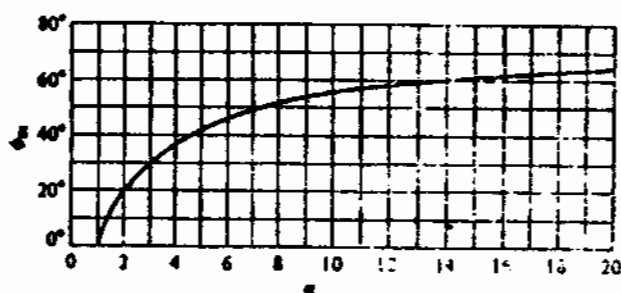
کده از مقدار فاز ماکزیم را با ϕ_m نمایش دهیم. آنگاه توان نشان داد [۲]:

$$\sin \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

(۵-۱۳)

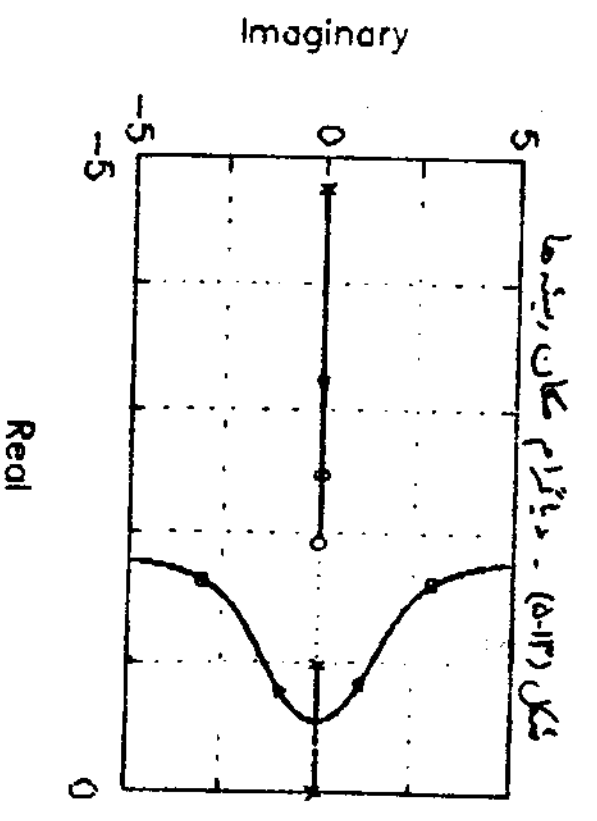
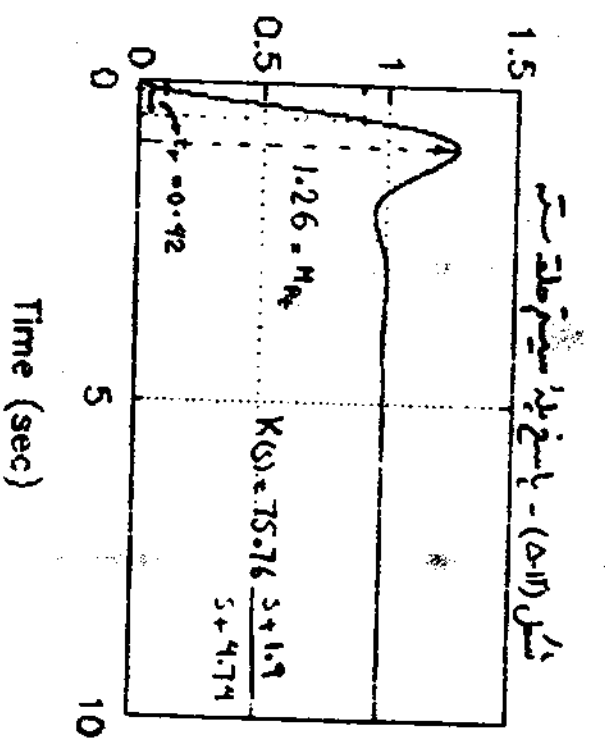
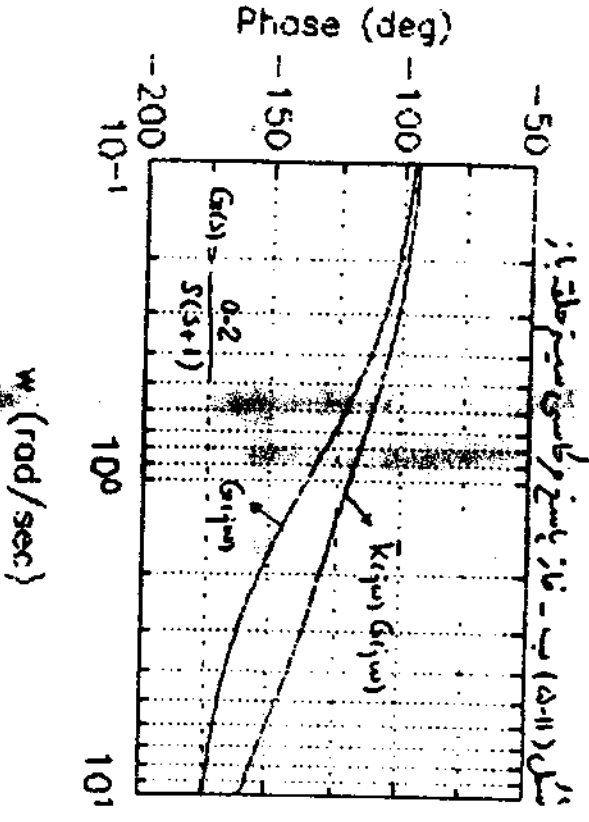
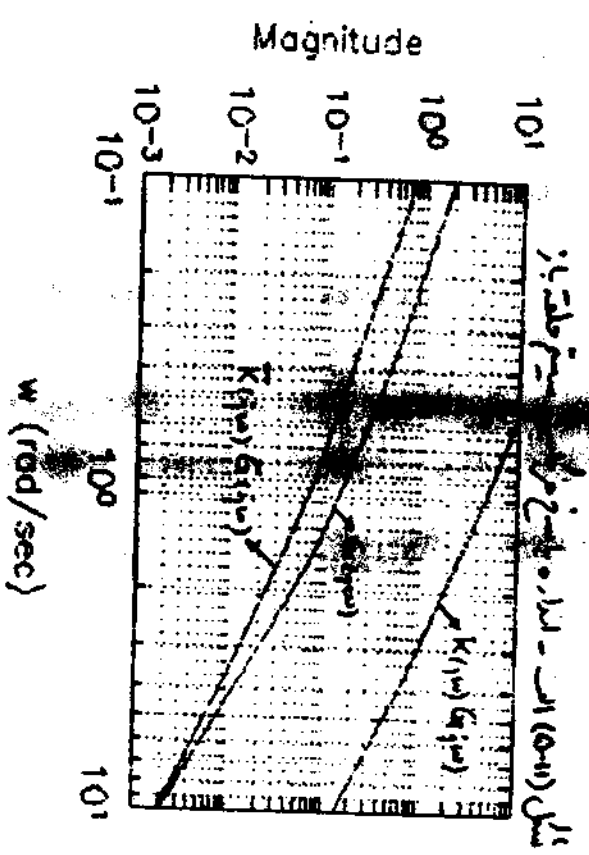
مثلاً (۵-۱۳) در (۵-۱۳) بسیار مهم بوده و مهمترین مشخصه‌های توان کده پیش فازی بالکنده.

ناورد - رابط (۱۳-۵) واضح است که مقدار ساکریم فارمزان کهنه بیش فاز مقدار است قب
 - صف ($\alpha = \frac{P}{T}$) شش دارد. جلد بی تغییرات ϕ بصورت تابعی از α در شکل (۵-۱۰) (۵-۱۰)
 رسم شده است. همانطور که از این شکل مشهود است، از یک میزان کهنه بیش فاز حد اکثر
 حدود ۶۰ تا ۷۰ درصد فاز مثبت می توان گرفت. علاوه برین $\alpha = (R_1 + R_2) / R_2$ ، برای اینکه
 مقادیر R_1, R_2 مقادیر مقبولی داشته باشند، α را نباید بیش از حد بزرگ انتخاب نمود.
 عموماً پس از آنکه که α از ۱۵ کوچکتر استغناء شود.



شکل (۵-۱۰) - جلد بی تغییرات فارمزان کهنه بیش فاز با α [۶]
 از در طی رابط غلظتی سه پیمایی از ۶۰ درصد فاز مثبت (α بزرگتر از ۱۵) احتیاج باشد می توان
 از ۲ یا چند میزان کهنه بیش فاز که به یکدیگر متصل شده اند استفاده کرد.
 از میزان کهنه بیش فاز برای بهبود رفتار پاسخ فرکانسی در حوالی فرکانس گذر $\omega = \omega_c$ و
 افزایش حدفاز و بهبود پاسخ زمان سیستم استفاده می شود. همانطور که قبلاً ذکر شد، افزایش
 سرعت سیستم و بالا بردن پهنای باند با استفاده از یک بهره خالی K عموماً با کاهش حدفاز همراه
 است و از میزان کهنه بیش فاز برای بهبود حدفاز می توان استفاده کرد. در ادامه به ذکر یک
 مثال درباره جلد بی استفاده از میزان کهنه بیش فاز خواهیم پرداخت.

مثال ۵-۲: مثال (۵-۱۰) را دوباره در نظر بگیرید. فرض کنید علاوه بر مشخصات قبلی
 مطلوب افزایش سرعت سیستم و داشتن $\omega_c = 3$ (rad/sec) باشد؛ البته حدفاز سیستم
 نیز همان ۴۵ درجه بماند.
 در قسمت قبل مشاهده کردیم که با استفاده از بهره خالی K می توان $\omega_c = 3$ در حدفاز ۴۵
 در $\omega_c = 3$ در حدفاز ۴۵ در $\omega_c = 3$ در حدفاز ۴۵ در $\omega_c = 3$ در حدفاز ۴۵ در $\omega_c = 3$ در حدفاز ۴۵



شده است فقط 20 درجه می باشد. برای افزایش حدفاصل می توان از یک فلان کننده پیش فاز استفاده کرد. در ابتدا باید سیم کبب فید درجه فاز مثبت امتیاج است. اگر فاز ماگزیم فلان کننده پیش فاز را در 3 rad/sec قرار دهیم، آنگاه واضح است که مقدار این فاز ماگزیم اقلاناید 25 درجه باشد تا حدفاصل مطلوب 45 درجه حاصل شود. (عموماً در عمل برای محافظه کاری مقدار فاز مثبت مورد نیاز را کمی بیشتر از مقدار مورد نیاز انتخاب می کنند.) با داشتن فاز ماگزیم مورد نیاز (ϕ_m) با استفاده از رابطه (5-13) می توان α را محاسبه نمود:

$$\sin 25^\circ = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2.464 = 2.5 \quad (5-14)$$

در قدم بعد وگاس فلان ماگزیم را در ردی فرکانس ω مورد نیاز قرار می دهیم. با استفاده از (5-12) داریم

$$\omega_m = \sqrt{2p} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} = 3 \text{ rad/sec}$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{T^2} = 4.74 \quad (5-15)$$

پس قطب در این کده در -4.74 خواهد بود. با داشتن p با داشتنی می توان z را به دست آورد

$$z = \frac{p}{\alpha} = \frac{4.74}{2.5} = 1.90 \quad (5-16)$$

با محاسبه z ، p ، $K(s)$ که در (5-11) ترتیب شده است کملاً مشخص می شود:

$$K(s) = \frac{s + 1.90}{s + 4.74} \quad (5-17)$$

سپس فرکانس ω_m همراه با پاسخ فرکانس $G(j\omega)$ در شکل (5-11) رسم شده است. توجه کنید که فاز ϕ_m در فرکانس ω_m برابر 31 rad/sec برابر 435 درجه می باشد. برای وگاس ω فرکانس ω در 0 dB قرار دهیم حدفاصل مطلوب بدست خواهد آمد. در قدم بعد اندازه $K(j\omega_m)$ را در فرکانس 3 rad/sec محاسبه می کنیم. با ترتیب شکل (5-11) داریم

$$|K(j\omega_m)G(j\omega_m)|_{\omega=3} = 0.0132 \quad (5-18)$$

پس اگر $G(s)K(s)$ را در یک بهره

$$k = \frac{1}{0.0132} = 75.76 \quad (5-19)$$

فید کنیم آنگاه فرکانس ω در 0 dB مقدار دلخواه 3 rad/sec خواهد شد. پس فلان کننده

بهای صورت

$$k(s) = k \bar{k}(s) = 75.76 \frac{s+1.90}{s+4.74} \quad (5-20)$$

خواهد بود. پاسخ فرکانس $k(s)$ در شکل (۵-۱۱) رسم شده است. علاوه پاسخ
 رگانی سیتم حلقه بسته با استفاده از همان گنده (۵-۲۰) را نیز در شکل (۵-۵) رسم کرده ایم
 مازده بر این شکل بهای ماند سیتم حلقه بسته تقریباً 4.8 (rad/sec) و مقدار ماکزیمم پاسخ فرکانس
 سیتم حلقه بسته نیز 1.37 است. توجه کنید که در این حالت نیز ω به مقدار $\omega = 1.5$ نزدیک
 بوده و مقدار ماکزیمم پاسخ فرکانس نیز 1.37 است.

$$\frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2 \sin 22.5} = 1.31 \quad (5-21)$$

ردیف است (-) را بعد (۲-۱۶) مراجعه کنید.

پاسخ بله سیتم حلقه بسته را نیز در شکل (۵-۱۲) رسم کرده ایم. مازده بر شکل ماکزیمم مقدار
 پاسخ بله سیتم 1.26 است که از شکل (۲-۱۰) مراجعه کنیم به مقدار ماکزیمم جیس برای
 $\zeta = \frac{\phi}{100} = 0.45$ (۱.۲۱) نزدیک می باشد. البته توجه کنید که شکل های (۲-۸) و (۲-۱۰) مازده
 سیتم درجه دوم رسم شده است و سیتم مورد بحث این مثال پس از افزودن جبران کننده
 درجه ۲ نبوده ولی با این وصف روابط بدست آمده برای سیتم درجه دوم در اینجا نیز تقریباً
 صادق است.

توجه بسیار جالب این است که رابطه M_p و M_p که در شکل (۲-۱۰) آمده

است عمده برقرار است. در این مثال اگر به شکل (۲-۱۰) توجه کنیم خواهیم دید که $M_p = 1.37$
 و $M_p = 1.26$ هر دو تقریباً برای $\zeta = 0.4$ اتفاق می افتند. پس نسبت میرایی قطب مزد
 در این مثال تقریباً 0.4 است نه 0.45 که از روی مدار محاسب می کنیم.
 زمان نوسان پاسخ بله سیتم حلقه بسته را نیز از روی شکل (۵-۱۲) محاسبه کردیم:

$$t_r = 0.42 \text{ ثانیه} \quad (5-22)$$

و این مقدار به $0.46 = \frac{2.2}{4.8} = \frac{2.2}{\omega_n}$ نزدیک می باشد.

زمان نشست سیتم نیز تقریباً 2.4 ثانیه است که با مقدار تقریبی محاسب شده از روی شکل

$$(2-18) \quad t_s = \frac{8}{\zeta} = 20 \text{ ثانیه} \text{ در اینجا هم درست است که شکل های (۵-۱۲) و}$$

پیش مار نه تنها زمان مو با سطح را کم کرده ایم بلکه زمانه کرداری نسبتاً خاصی نیز برای واضح بله
 حاصل شده و رفتار نوسانی نه در شکل (۵-۴) مشاهده می کنیم زیرا وجود ندارد.

التهای برداشت شده برای امراضی سرعت سیستم استعانه سینه از ورودی سیستم
 یعنی $u(t)$ می باشد. برای تعیین این مطلب ورودی سیستم $(u(t))$ را برای ورودی
 مسای $(f(t))$ بدین واحد برای همان کسده $K(s) = 7.07$ و $K(s) = \frac{75.76(s+1.9)}{(s+4.74)}$
 به ترتیب در شکل های (۵-۱۴) و (۵-۱۵) رسم کرده ایم. واضح است که در شکل (۵-۱۵) ورودی
 $u(t)$ مقادیر برای بزرگتری نسبت به شکل (۵-۱۴) اختیار می کند. البته افزایش سیگنال
 کنترلی اعمال شده با افزایش بهیای ماند را قبلاً در (۴-۲۴) پیش بینی کرده بودیم.
 از امتحان سبب واحد ورودی خودی سیستم برای همان کسده

$$K(s) = 7.07 \text{ و } K(s) = \frac{75.76(s+1.9)}{(s+4.74)} \text{ در ترتیب در شکل های (۵-۱۶) و (۵-۱۷)}$$

رسم شده است. البته چون اندازه همان کسده پیش فاز در زمانهای پایین از اندازه
 بهره 7.07 بزرگتر است پس انتظار داریم (راغباً (۱۳-۲۵) که از امتحان ورودی خودی
 با استفاده از همان کسده پیش فاز که از بهره 7.07 در حالت ماندگار باشد.

در اینجا دیاگرام مکان ریشه ها را در حالتی که از همان کسده پیش فاز استفاده
 شد در شکل (۵-۱۳) رسم کرده ایم. در این دیاگرام در واقعیت فرض کرده ایم

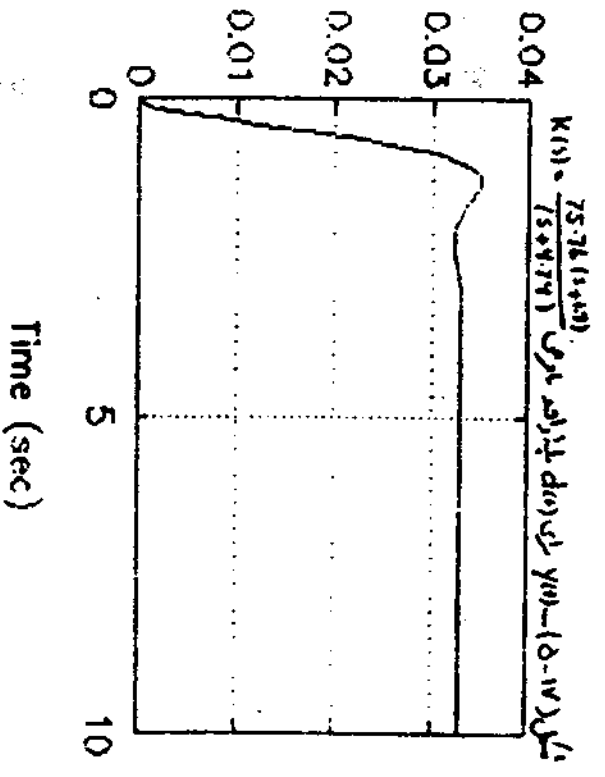
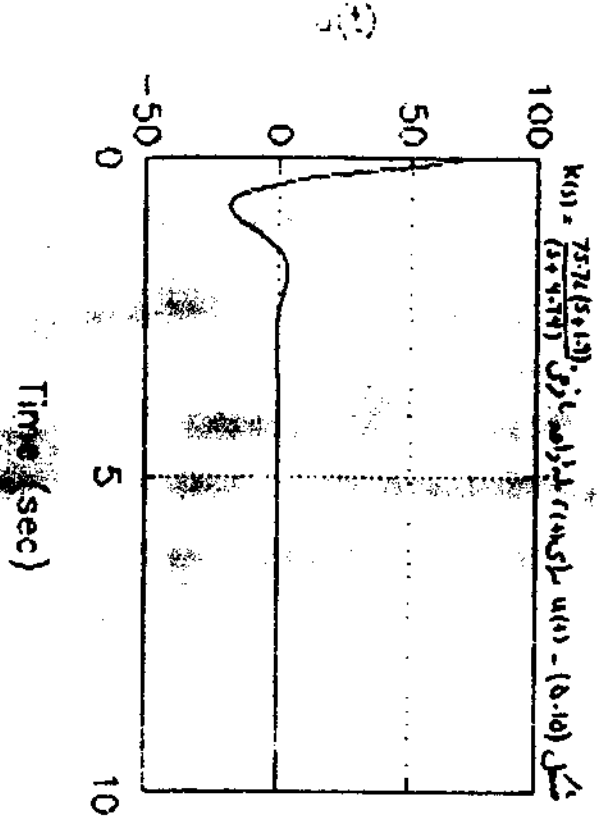
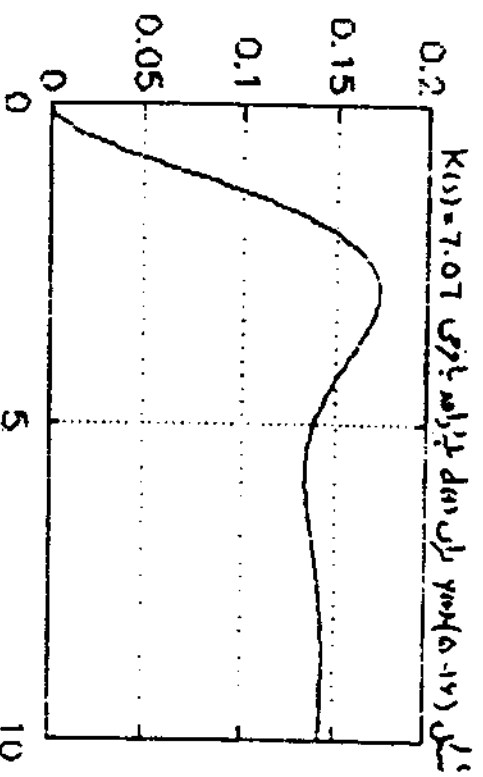
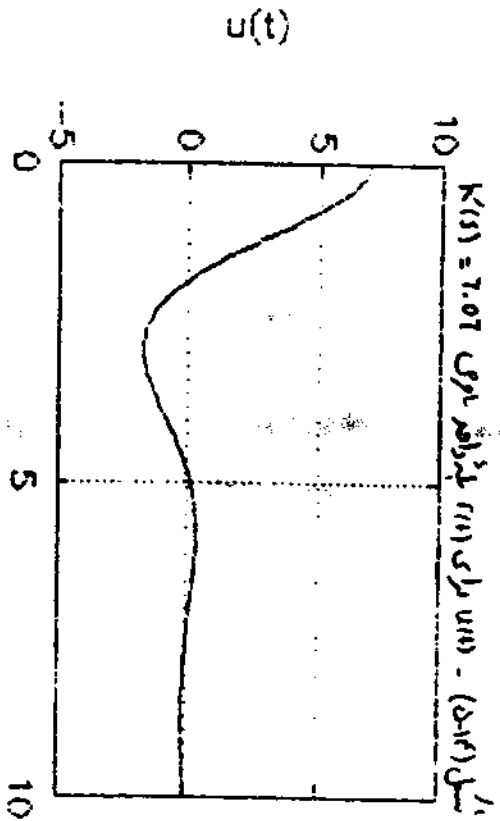
محل قطب های سیستم حلقه بسته را برای مقادیر مختلف بهره K
 رسم شده اند تقابلی که با K مخفی شده اند محل قطبهای سیستم حلقه بسته برای $K=75.76$

می باشد. تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با این بهره K بصورت زیر فرمول داده شد:

$$G_c(s) = G_p(s) = \frac{15.15(s+1.9)}{(s+2.43)(s+1.655 \pm j3.018)} \quad (5-23)$$

توجه کنید که همانطور که در قسمت (۱-۲) دان شده کردیم، صورهای سیستم تحت فیدبک واحد عمومی
 می شوند پس صور سیستم حلقه بسته همان صور همان کسده خواهد بود. ما توجه به محل قرارگیری
 صور قطبهای سیستم حلقه بسته واضح است که به علت نزدیکی قطبهای درجه اول دوم می توان
 گفت که کدامیک از آنها مؤثر خواهد بود (برای بحث درباره قطبهای مؤثره فضل را مراجعه کنید).

۱- در این کتاب $s + \sigma \pm j\omega$ نمایانگر فیدبکهای درجه دوم است که در اینجا $\sigma = -5$ و $\omega = 3$ می باشد.
 عبارت دیگر $(s + \sigma + j\omega)(s + \sigma - j\omega) = (s + \sigma)^2 + \omega^2 = s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2$

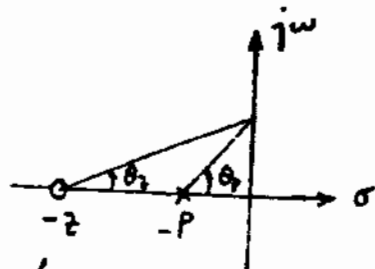


۵-۳ - جبران کننده پس فاز

در این قسمت درباره استفاده از جبران کننده پس فاز (Lag Compensator) برای تغییر رفتار پاسخ رگاسی سیستم صحبت خواهیم کرد. به طوری که مدار که تابع تبدیلی صورت زیر داشته باشد، جبران کننده پس فاز گفته می شود:

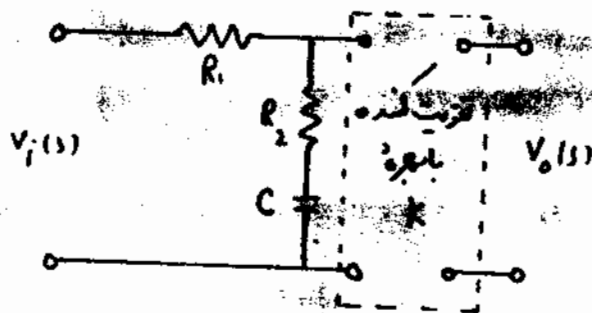
$$K(s) = K \frac{s+z}{s+p}, \quad z > p > 0 \quad (5-24)$$

محل قرارگیری صفر و قطب این تابع تبدیل در شکل (۵-۱۸) آمده است. همانطور که واضح است قطب این تابع تبدیل از محور σ فاصله بیشتری با σ دارد و چون در این شکل θ_p مداره از θ_z بزرگتر است پس فاز $K(s)$ مداره منفی بوده و بیان مکتب آن پس فازی گویند.



شکل (۵-۱۸) - محل صفر و قطب جبران کننده پس فاز

یک مدار الکتریکی نمونه که رفتار پس فاز دارد در شکل زیر آمده است:



شکل (۵-۱۹) - مدار الکتریکی جبران کننده پس فاز

تلف تبدیل این مدار به صورت زیر است:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} = \frac{K}{\alpha} \frac{s+1/T}{s+1/\alpha T} = \frac{K}{\alpha} \frac{s+z}{s+p} \quad (5-25)$$

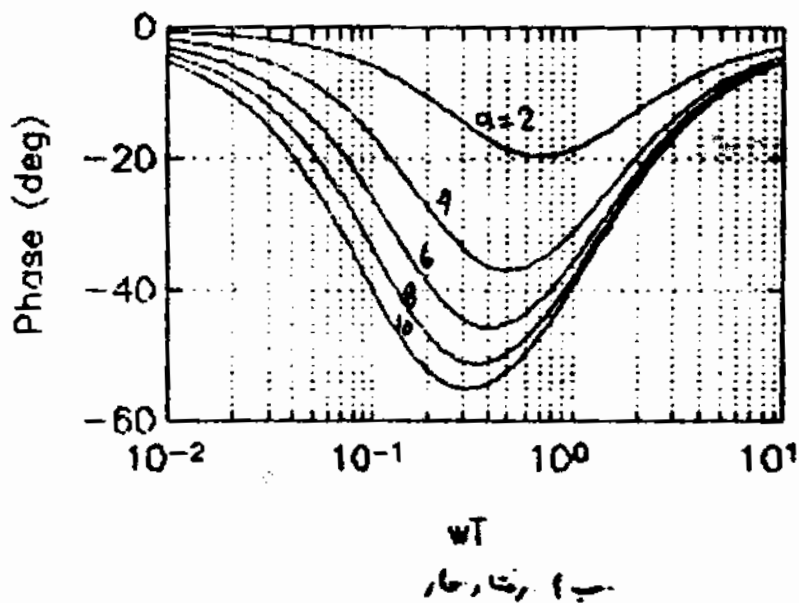
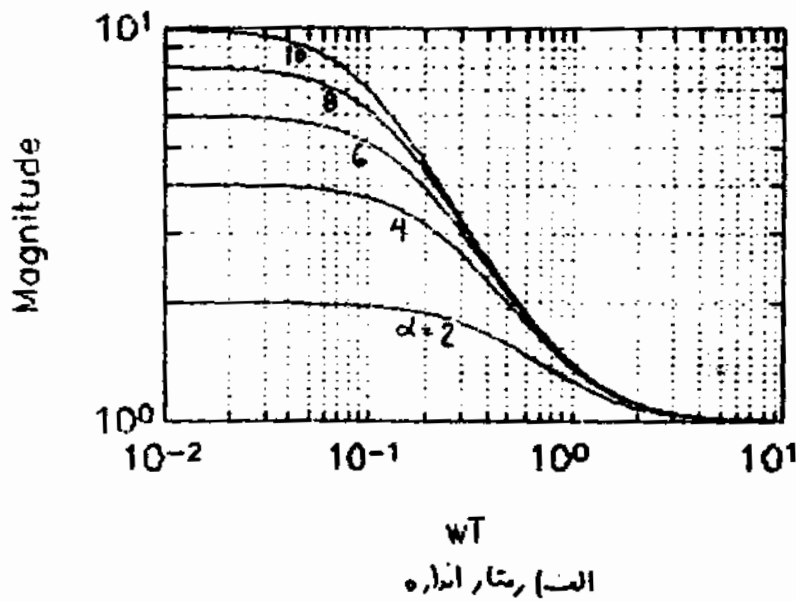
که در اینجا T و α به صورت زیر تعریف شده اند:

$$T = R_2 C, \quad \alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1 \quad (5-26)$$

در اینجا تابع تبدیل فرکانس نازک‌ساز به $\frac{K}{s}$ را با $K(s)$ نمایش می‌دهیم و داریم

$$K(s) = \frac{s + 1/T}{s + 1/\alpha T} \quad (5-27)$$

سج و کاسی $K(s)$ را می‌توان به مقدار α در شکل (5-20) رسم شده است. توجه کنید که $K(s)$ فرکانسهای پایین را تقویت می‌کند ولی فرکانسهای بالا را بدون تغییر از خود عبوری دهد. بطور دقیق‌تر این رفتار اندازه مشخصه‌ای است که عملاً مورد نظر می‌باشد و با استفاده از آن می‌توان دیدارام بود و در فرکانسهای پایین به مقدار $\alpha = \frac{1}{\beta}$ برگردد بدون آنکه تغییری در رفتار پاسخ فرکانسهای بالا حاصل شود. توجه کنید که در فرکانسهای پایین نازک‌ساز دارای اثر



صران کنده استفاده می‌کنیم. البته علامه صران کنده پیش از $\sqrt{2}P$ مقدار عارضه منحنی را محاسبه می‌کنیم
 در آن گنجه پس فاز در $\sqrt{2}P$ اتفاق می‌افتد. از صران کنده پیش فاز برای بالارزون دقت نسبی
 در دستان کردن ورودی مساوی افزایش نزدیک خط باشد K_p ($K_{(s)} G_{(s)}$) $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \frac{1}{K_p}$
 K_v ($K_{(s)} G_{(s)}$) $\lim_{s \rightarrow 0} s$ و نیزه به دور استفاده می‌شود. البته برای اینده فاز منحنی
 صران کنده پس فاز. حد فاز نسبی را به صورت قتل ملاقه ای کاهش بدهد. عمده صران کنده
 را برات با این ترانس فرکانس در $0.5db$ ها نظیر در مثال این خواص دید ترازی دهند.

مثال ۳-۵: مثال (۵-۱) را به در نظر گرفته و صران کنده ای طراحی کنید تا علاوه بر مشخصات
 داده شده، ضریب خطای سرعت (K_v) آن از 20 بزرگتر باشد. (به عبارت دیگر خواص
 اندازه یاب و فرکانس در فرکانس های پایین از آنچه قبلاً مشخص کرده ایم بزرگتر بوده و
 در نتیجه خطای نسبی در دستان کردن ورودی ضریب را کاهش دهد.)
 در مثال (۵-۱) مشاهده کردیم که با انتخاب $K(s) = 7.07$ فرکانس در $0.5db$
 برابر (rad/sec) ۱ شده و حد فاز نیز 45 درجه خواهد شد. در این حالت ضریب خطای
 سرعت برابر است با

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s K(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{7.07 \times 2}{s+1} = 1.414 \quad (5-28)$$

و این مقدار برات از مقدار 20 که در صورت مساله خواسته شده کوچکتر است. برای افزایش
 K_v می‌توان از یک صران کنده پس فاز استفاده کرد. در ابتدا است صفر و قطب صران کنده
 یعنی a مورد نیاز را انتخاب می‌کنیم. واضح است که اگر $K(s) G(s)$ موجود را در $K(s)$
 ضرب کنیم انتخاب K_v مقدار a افزایش خواهد یافت. پس ما برای a مورد نیاز را از
 رابطه زیر به دست آوردیم

$$a = \frac{20}{1.414} = 14.14 \quad (5-29)$$

برای محافظه کاری در روند شدن امپلا $\alpha = 15$ انتخاب می‌کنیم. حال با انتخاب کامل صفر
 صران کنده، $K(s)$ به صورت کامل منحنی خواهد شد. عمده برای اینده فاز منحنی صران کنده
 پس فاز، حد فاز در فرکانس ها را پس از حد کاهش بدهد. صفر صران کنده را 10 تا 20 مرتبه
 از فرکانس ها پایین تر انتخاب می‌کنیم. (توجه کنید که فاز (منحنی) لازم صران کنده در فرکانس

۱- توجه کنید که اگر ارفقعات الکتریکی بران ساعت صران کنده پس فاز استفاده شود آن یک مدالی عقلی برای a تقریباً 10 است
 چون در این صورت ضرایب فرکانسهای مورد نیاز برای مساله آن بسیار عدول برتر خواهد بود.

کمتر از فرکانس هم‌فراوان کننده انتخابی اند. (در این مثال

$$\bar{z} = \frac{\omega_c}{10} = \frac{1}{10} \quad (5-20)$$

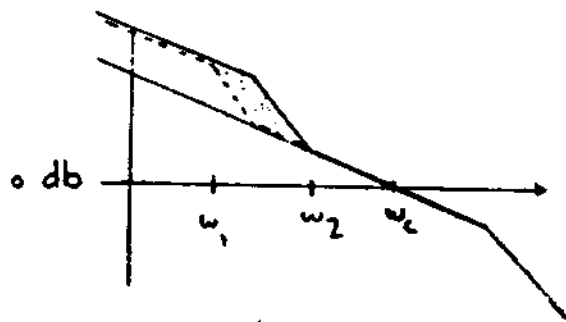
انتخاب می‌کنیم. با منصف شدن محل هم‌فراوان کننده و ω_c فقط میزان گسترش قابل حمل
الته

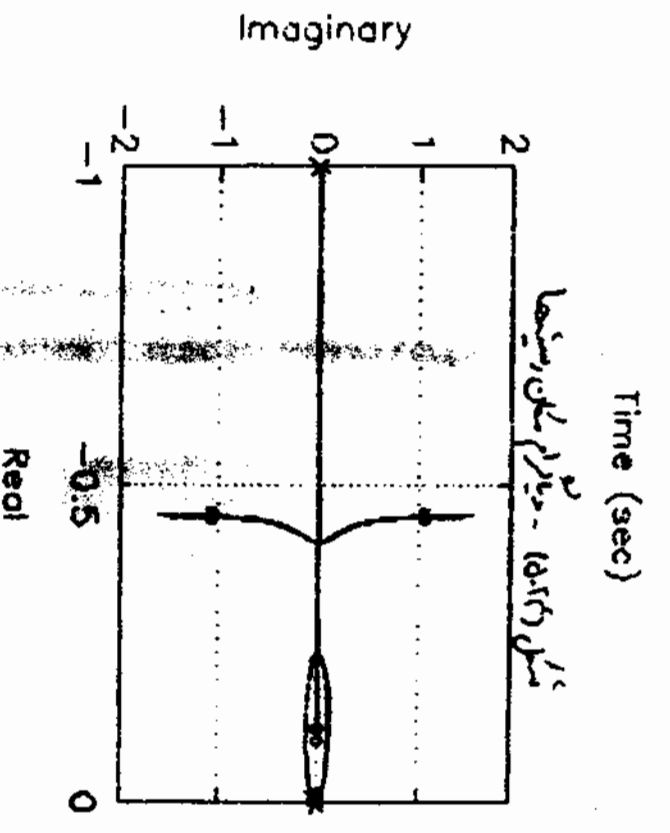
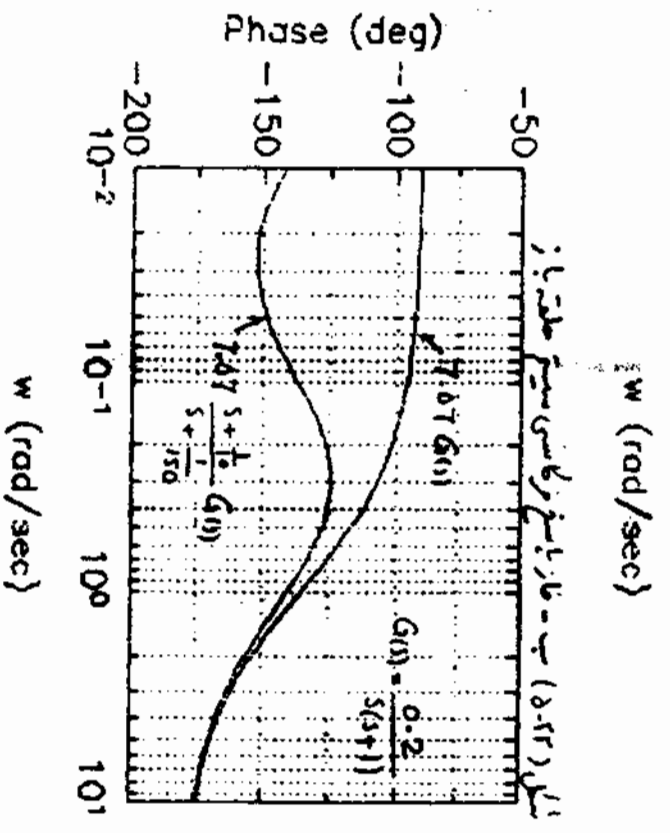
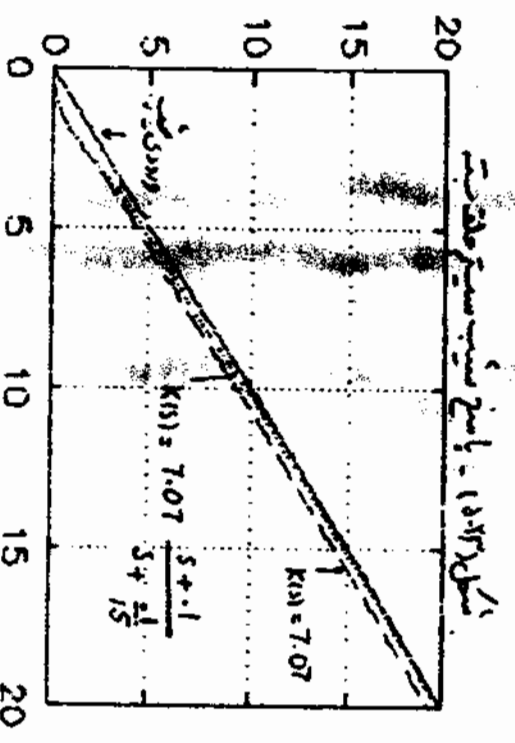
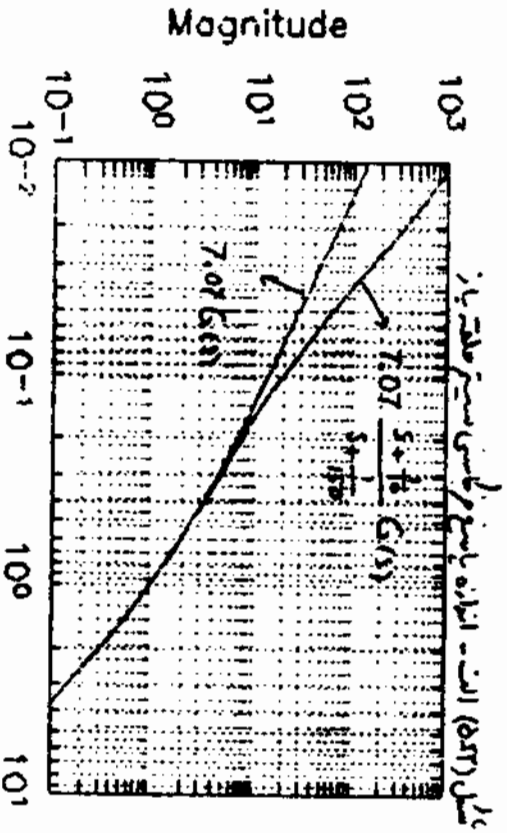
$$p = \frac{\bar{z}}{s} = \frac{1}{150} \quad (5-21)$$

پس از جبران کننده عملی را در $K(s) = (s + \frac{1}{10}) / (s + \frac{1}{150})$ ضرب کنیم. ضریب فضای مدولت بازده
برابر شده و ~~در فرکانس پایین تغییر مافوقی~~ ~~نمودار~~ ~~گردد~~ ~~هم‌فراوان کننده~~ ~~مهمانی~~ ~~که~~ ~~آزاد~~ ~~یک~~ ~~نمودار~~ ~~7.07~~
و $K(s)$ حاصل خواهد شد تغییرات زیر می‌باشد:

$$K(s) = 7.07 \bar{K}(s) = 7.07 \frac{s + \frac{1}{10}}{s + \frac{1}{150}} \quad (5-22)$$

باسخ فرکانسی $7.07 G(s)$ و $K(s)G(s)$ (برای $K(s)$ که در (5-22) آمده است) در
شکل (5-22) نمایش داده شده است. توجه کنید که جبران کننده پس فاز نسبت افزایش اندازه پاسخ
فرکانسی در فرکانس‌های پائین است و اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانس‌های بالا بلا تغییر مانده
است. البته فاز منفی جبران کننده پس فاز است شده که در فاز بمقدار تقریباً 5 درجه کاهش
پیدا کند. البته اگر $\bar{z} = \frac{\omega_c}{30}$ انتخاب می‌کردیم آنگاه حد فاز بمقدار کمتری کاهش می‌یافت
ولی اندازه پاسخ فرکانسی در محدوده فرکانسی کوچکتری بزرگ می‌شد. برای توضیح این مطلب به
سؤال زیر توجه کنید. در این شکل پاسخ فرکانسی منصف شده ما خطی است به پاسخ فرکانسی منصف شده با
خط پهنی ارضیت دارد چون در محدوده فرکانسی سین پهنای ω_c پاسخ فرکانسی خطی بزرگتر از
پاسخ فرکانسی خط پهنی می‌باشد. پس تا حد امکان باید هدف جبران کننده را به فرکانس ω_c نزدیک





انتخاب کرد تا اندازه پاسخ و گامش در محدوده وسیعتری برآید و در همین محل باید صرفاً از گامس با دور انتخاب کرد تا دعبار سیستم بیش از حد تقلیل نیابد. به این دلیل عمده‌تر از آن که گامس را بین $\frac{1}{3}$ تا $\frac{1}{10}$ انتخاب می‌کنند.

پاسخ سیستم حلقه بسته با فرس $K(s) = 7.07$ ، $k(s) = \frac{7.07(s+0.1)}{(s+0.1/150)}$ در شکل (۵-۲۳) رسم شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود خط در دنبال کردن ورودی منبای سیستم برای سیستم حلقه بسته ای که از صفران کنده پس فاز استفاده می‌کند برآید کمتر از خط با استفاده از جبران کننده $\frac{1}{150}$ می‌باشد و با افزایش k ، خط گامس خواهد یافت.

علاوه دیگرام مکان ریشه‌ها در حالتی که از صفران کنده پس فاز استفاده می‌شود در شکل (۵-۲۴) رسم شده است. در این دیگرام فرس کرده ایم $K(s) = k \frac{s+1/10}{s+1/150}$ و محل قطب‌های سیستم حلقه بسته برای مقادیر مختلف بهره k رسم شده اند. نقاطی که با k مشخص شده اند محل قطبهای سیستم حلقه بسته برای $k = 7.07$ می‌باشد. تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با این بهره k صورت زیر خواهد بود

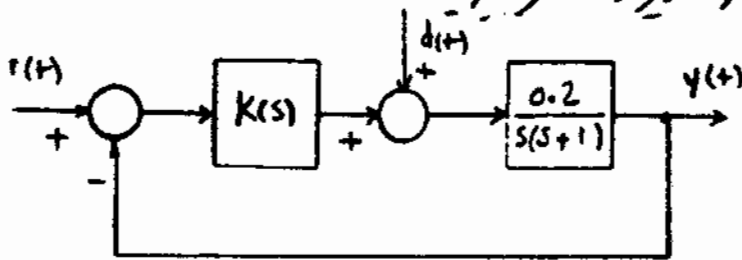
$$(5-23) \quad G_{cl}(s) = G_p(s) = \frac{1.414(s+0.1)}{(s+0.107)(s+0.45 \pm j1.059)}$$

توجه کنید که یکی از قطبهای سیستم حلقه بسته با صفر کنترل کننده حذف خواهد شد و سیستم حلقه بسته به اندکی سیستم درجه دوم با قطبهای $1.059 \pm j0.45$ عمل می‌کند. توجه کنید که اگر از کنترل کننده $K(s) = 7.07$ استفاده می‌کنیم آنجا سیستم حلقه بسته به صورت (۵-۲۳) می‌برد و قطبهای سیستم حلقه بسته در $1.079 \pm j0.5$ قرار می‌گرفت. حالت این است که با افزودن جبران کننده پس فاز محل قطبهای مؤثر فقط مقدار ناچیزی تغییر کرده است. در حقیقت اگر محل صفران کنده را کمی نزدیکتر به محور s انتخاب می‌کردیم، آنگاه تفاوت بین محل قطبهای مؤثر با استفاده از صفران کنده پس فاز بدون آن حتی از این مقادیر نیز کمتر می‌شد. البته وجود جبران کننده پس فاز کمی نسبت میرایی قطب مؤثر را گامس داده (توجه کنید که فونکشن تقریباً 5 درجه گامس یافته) و انتظار داریم که پاسخ به سیستم کمی صاف تر شده باشد.

۵۴ - جریان کنده پس فاز - پیش فاز

در بعضی از مسائل طراحی کنترل کننده مجبور به استفاده از جریان کنده پس فاز و پس فاز به نظر جریان رماندگی می‌باشیم. از جریان کنده پس فاز که در حقیقت مانند یک مشتق‌گیر در محدوده‌ای از حوزه فرکانس عمل می‌کند برای بهبود حدفاز سیستم و بدست آوردن رفتار مناسب در حوالی فرکانس پهنای استفاده می‌کنیم و از جریان کنده پس فاز که در محدوده‌ای از حوزه فرکانس مانند انترال نیز عمل می‌کند برای بهبود دقت سیستم و بزرگ کردن اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانس‌های پایین. در ادامه به ذکر یک مثال درباره استفاده از این جریان کنده پس فاز و پس فاز خواهیم پرداخت.

مثال ۵۴: سیستم لتری زیر را در نظر بگیرید



شکل (۵-۲۵)

خواهیم جریان کنده $K(s)$ را بگونه‌ای طراحی کنیم تا چسبای باشد سیستم حلقه بسته تقریباً 4.5 rad/sec بوده و حدفاز نیز 45 درجه باشد. علاوه بر این، شیب فرکانس پایین حداقل به مقدار 40 db تضعیف شود.

پاسخ فرکانسی $G(s)$ در شکل (۵-۲) رسم شده است. در مرحله اول سعی خواهیم کرد که با استفاده از یک جریان کنده پس فاز $\omega_c = 3 \text{ rad/sec}$ ($\omega_c = 4.5$ تا $\omega_c = 1.5$) و حدفاز نیز 45 درجه شود. این قسمت از مسئله در ابتدا مانند مثال (۵-۲) بوده و اگر در این باره نیاز داریم

مانند آن قبلاً دیده‌ایم

$$K_1(s) = 75.76 \frac{s+1.9}{s+4.74} \quad (5-24)$$

برای این منظور مناسب نظریه‌ی حل در قسمت (۲-۲) نشان دادیم که اگر اندازه $(s+4.74)$ بزرگ باشد آنگاه

$$|G_d(j\omega)| \approx \frac{1}{|K_1(j\omega)|} \quad (5-25)$$

و اگر از $K_1(s)$ به عنوان جریان کنده نهایی استفاده کنیم آنگاه در فرکانس‌های پایین داریم

$$\frac{1}{|K_1(j\omega)|} \approx \frac{1}{30.4} \quad \omega \ll 1.9 \quad (5-26)$$

و این مقدار از $\frac{1}{100}$ مورد نیاز است. پس باید بدانیم $K_1(s)$ را در نقاطی پایین افزایش دهیم، بدون آنکه مدار سیستم را خراب کرده در کاس به آنرا تغییر دهیم. برای این منظور می‌توانیم از یک جبران کننده پس فاز استفاده کنیم. صفر جبران کننده پس فاز را در $\frac{1}{10} = \frac{2}{30}$ قرار می‌دهیم. مقدار ادایش انداز $K_1(s)$ در نقاطی پایین نیز از رابطه زیر قابل محاسب است

$$\alpha = \frac{100}{30.4} = 3.29 \approx 3.3 \quad (5-27)$$

پس جبران کننده پس فاز مورد نیاز نیز ضرورتاً در است:

$$K(s) = \frac{s + 1/10}{s + 1/33} \quad (5-28)$$

و با ادغام $K(s)$ ، $K_1(s)$ جبران کننده نهایی که تمام روابط فراتر از آن را برآورده می‌کند صورت زیر خواهد بود

$$K(s) = K_1(s) \bar{K}(s) = \frac{75.76 (s + 1.9) (s + 1/10)}{(s + 4.74) (s + 1/33)} \quad (5-29)$$

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با استفاده از این جبران کننده نیز صورت زیر خواهد بود

$$G_{cl}(s) = \frac{15.15 (s + 1.9) (s + 0.1)}{(s + 0.15) (s + 2.45) (s + 1.61 \pm j 3.00)} \quad (5-30)$$

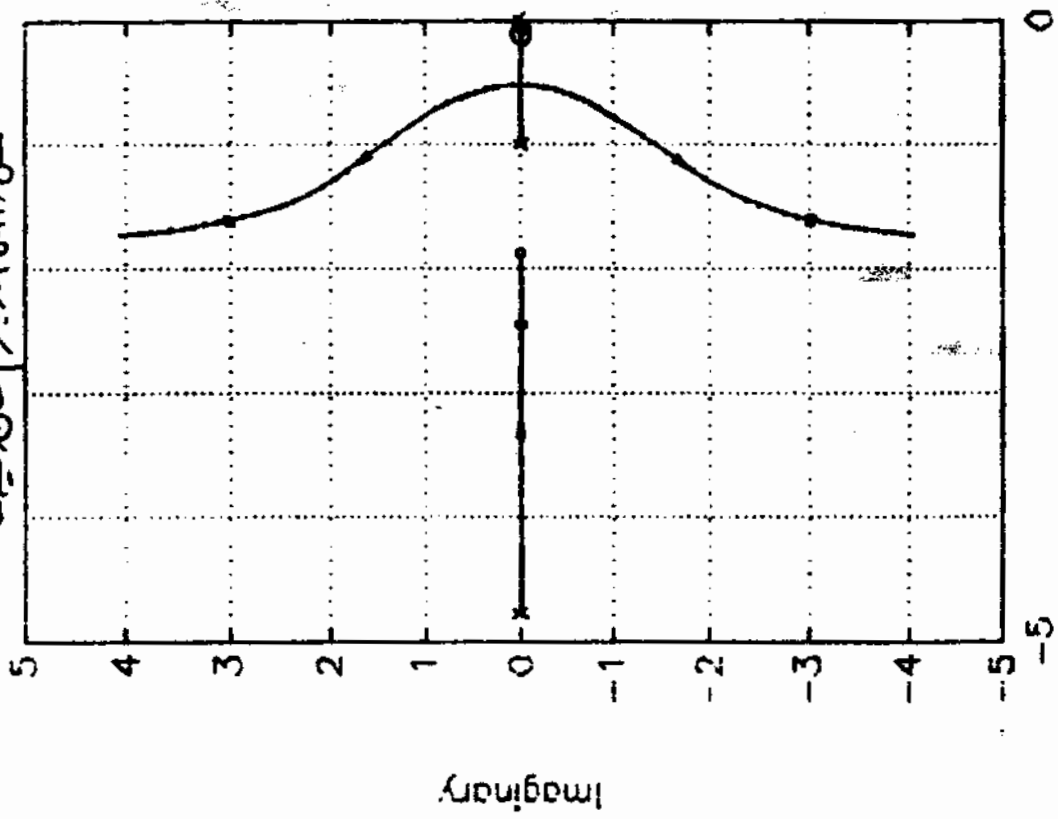
توجه کنید که یکی از قطبهای سیستم حلقه بسته در نزدیکی صفر جبران کننده پس فاز قرار گرفته و در نتیجه از این قطب کند در خروجی ظاهر نخواهد شد. با مقایسه توابع تبدیل (۵-۲۳) و (۵-۳۰) واضح است که شکل کننده پس فاز، تابع تبدیل از ورودی مشابه خروجی را به مقدار بسیار با فیزی تغییر داده است. در حالیکه اثرات کاسی بر روی خروجی با استفاده از جبران کننده پس فاز تعدیل یافته است.

محل ریشه‌ها با فرضی

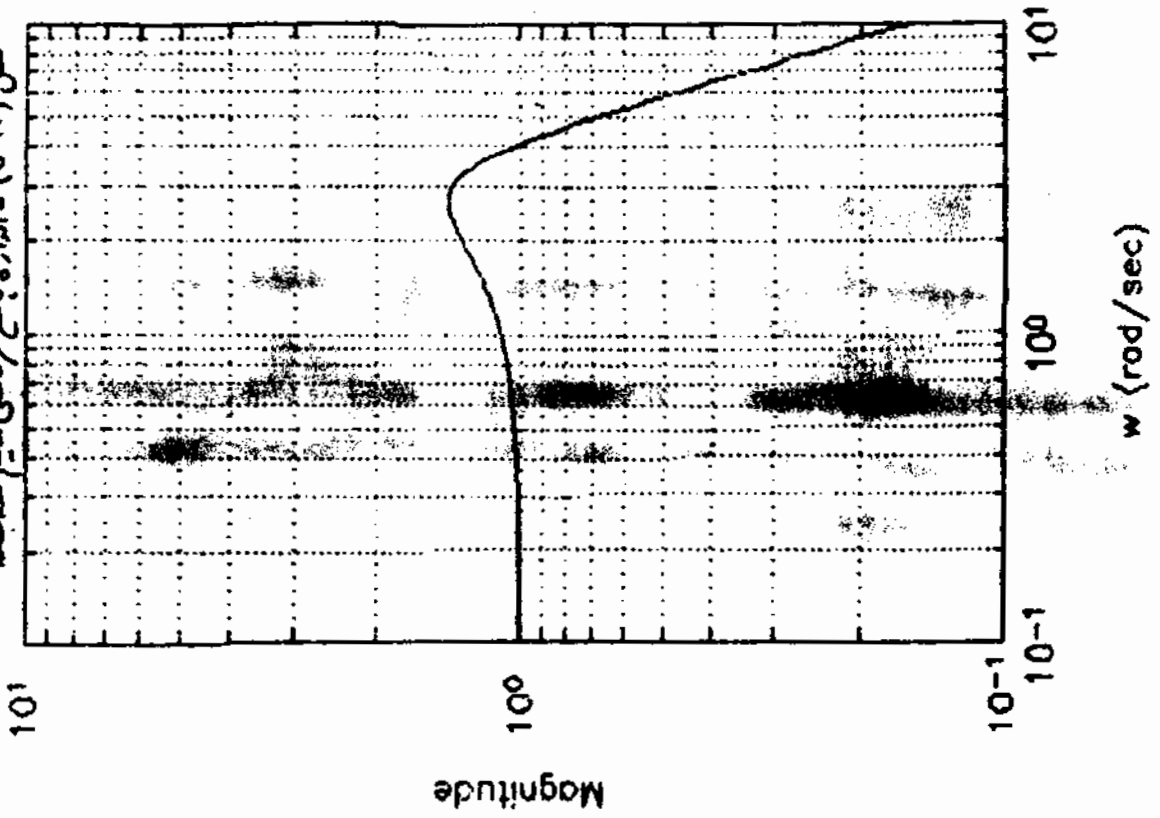
$$K(s) = \frac{k (s + 1.9) (s + 1/10)}{(s + 4.74) (s + 1/33)} \quad (5-31)$$

برای مقادیر مختلف بهره k در شکل (۵-۳۱) رسم شده است. محل قطبهای سیستم برای $k = 75.76$ در این شکل مشخص شده است. این شکل را با شکل (۵-۱۳) مقایسه کنید. توجه کنید که تنها تفاوت کویبی بین این دو شکل وجود دارد.

شکل (۵-۲۲) - دیاگرام مکان در بیضا

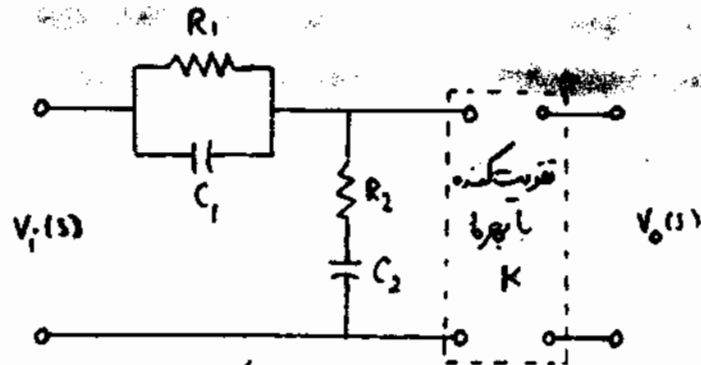


شکل (۵-۲۳) - اندازه پاسخ فرکانس سینوس مقیاس شده



پاسخ هر کمانی سیم حلقه شده را نیز در شکل (۵-۲۷) رسم کرده ایم. بهنای ماند سیم حلقه شده نیز بسیار نزدیک به مقدار فرکانس کنده یعنی 4.5 rad/sec و M_{max} نیز 1.037 است که تقریباً همان مقدار شکل (۵-۵) بدون جریان کنده پس فاز می باشد.

ما طوری مشاهده کردیم که این مثال عمومی احتیاج به استفاده هرمان از جریان کنده پیش فاز و پس فاز داشتیم. اگر ضرب α جریان کنده پیش فاز و پس فاز مورد استفاده بآید در یکسان باشد، آن گاه می توان برای ساخت جریان کنده از مدار الکتریکی زیر استفاده کرد:



شکل (۵-۲۸) - مدار الکتریکی برای کنده پس فاز - پیش فاز

باع تبدیل این مدار به صورت زیر است:

$$\frac{V_0(s)}{V_1(s)} = K \frac{(s + 1/T_1)(s + 1/T_2)}{(s + 1/\alpha T_2)(s + \alpha/T_2)} \quad (5-42)$$

$$T_1 = R_1 C_1, \quad T_2 = R_2 C_2, \quad \alpha > 1, \quad T_1 > T_2$$

$$\alpha T_1 + \frac{T_2}{\alpha} = R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 \quad (5-43)$$

ما می بینیم مداری یک مدار پس فاز - پیش فاز می گوییم چون در محدوده فرکانسهای پایین مانند جریان کنده پس فاز به نظر می آید و در محدوده فرکانسهای بالا مانند جریان کنده پیش فاز.

خوب در حقیقت یک مدار پس فاز به نظر می آید در $\frac{s + 1/T_2}{s + 1/\alpha T_2}$ یک مدار کنده پیش فاز.

البته در بسیاری از مسائل ممکن است مجبور به استفاده از جریان کنده های پیش فاز و پس فاز با فرکانس α متفاوت باشیم و در اینصورت باید از اقبال سری این دو نوع جریان کنده استفاده کرد و می توان جریان کنده پس فاز - پیش فاز بالا را مورد استفاده قرار داد.

حافظه که تملک ذکر کردیم ، در مراحل مختلف طراحی کنترل کننده در حوزه فرکانس باید همان گونه $K(s)$ را بگونه ای انتخاب کنیم تا جزء حلقه $(K(s)G(s))$ پاسخ فرکانس مطلوب داشته و دارد مسافت هالوز رده در شکل (۱۱-۴) شود . جدولی انتخاب $K(s)$ برای این هدف ممکن است از روی سنجش متعلق اینم گیرد و در این فصل درباره استفاده از فزوان کننده های پیش فاز و پس فاز در تغییر پاسخ فرکانسی سیستم صحبت کردیم البته همان گونه های پیش فاز یا پس فاز یا ترکیبی از آنها تنها همان گونه های ممکن می باشند و در بسیاری از موارد باید از همان گونه های برابرت پیچیده تر استفاده کنیم . ما استفاده از این دو نوع همان گونه ساده می توان اصول طراحی در دامنه فرکانس را نمایش داد و به این دلیل در این فصل تمرکز بیشتری روی آنها داشته ایم .

روشهای نوینی برای طراحی در دامنه فرکانس در طی دهه اخیر تدوین شده که کارایی بسیار خوبی نیز دارند ولی تشریح این نوع روشهای طراحی احتیاج به ریاضیات عالی تر و زمینه مسخکته در تئوری سیستم های خطی دارد و به این دلیل از ذکر این روشها و فرمولهای گنیم [۳] [۹] .

توجه کنید که در معنی موارد با وجود بایزاری سیستم حلقه بسته ، کنترل کننده مورد استفاده خود نباید از می باشد! در حقیقت در فصل هشتم نشان خواهیم داد که برای بعضی از سیستم های پیچیده شرایطی می توان کنترل کننده بایزاری بدست آورد که سیستم حلقه بسته را پایدار کند . پس حتی لزومی بر استفاده از کنترل کننده های پایدار وجود نداشته و مهمی تمام کنترل کننده های ممکن برای یک سیستم دینامیک پیچیده وسیع تر از همان گونه های پیشنهادی در این فصل می باشد . هدف ما تنها همین اصول طراحی در حوزه فرکانس بوده است .

در فائده زکراین نکته ضروری است که طراحی کنترل کننده عمدتاً به روش آزمون و خطا انجام می گیرد و در اولین انتخاب کنترل کننده تمام نتایج مورد نظر عمدتاً حاصل نمی شود و با توجه به عوامل مختلف باید مصالحان مابین شرایط متضاد موجود آورد .



فصل ۹

تقلیل درجه سیستم‌های خطی و قطب‌های مؤثر

عموماً بعضی از مشخصات پاسخ یک سیستم کنترلی حلقه بسته را می‌توان برسد مشخصات پاسخ سیستم‌های درجه اول یا دوم تقریب زد. با استفاده از این حقیقت در این فصل درباره روش‌های مختلف تقریب یک سیستم خطی با سیستم‌های درجه پایین‌تر توضیحاتی ارائه خواهیم کرد. نکته محبت تقلیل درجه سیستم‌ها (Model Order Reduction) بسیار وسیع بوده و در اینجا فقط درباره تقریب مند و اصل کلی آن بحث می‌کنیم. سپس درباره محبت قطب‌های مؤثر (Dominant Poles) و رابطه نزدیک آن با تقلیل درجه و حل‌های استفاده از آن در طراحی سیستم‌های کنترلی توضیحاتی ارائه خواهیم کرد.

۹-۱ - تقلیل درجه سیستم‌های خطی

مسئله تقلیل درجه یک سیستم و حل‌های تقریب یک معادله دیفرانسیل باید معادله درجه پایین‌تر از قدیم مورد توجه بسیاری از مهندسان بوده است. واضح است که تقریب و تقلیل یک سیستم درجه پایین بسیار ساده‌تر از یک سیستم پیچیده است و همواره ساخت یک چرخان کنده درجه پایین (البته مختلف دارای مزایای نسبت به یک چرخان کنده با درجه بالا و بلند و در این دلیل این مسد

تقلیل در هر دو دروسی قرار داده و سپس مشاهده کردیم برای هر دو حالت علی و در فرجه و بی روی سب ساده که عمده کار آبی خوبی نیز دارد برای تقلیل درجه ارائه فراهم کرد.

مثال ۶-۱: در اینجا سعی فراهم کردیم که رفتار یک سیستم علی با تابع تبدیل

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)} \quad (6-1)$$

با استفاده از در روش مقلبت مایک سیستم در فرجه اول تقریب بزینم

در ابتدا با استفاده از روش بخش جزئی (Partial Fraction) $G(s)$ را به صورت زیر باز نویسی

می کنیم:

$$G(s) = \frac{10/9}{s+1} - \frac{10/9}{s+10} \quad (6-2)$$

توجه کنید که بهره مستقیم (DC Gain) $G(s)$ که مقدار ماندگار یا سیغ بله آن می باشد مقدار

واحد است. به نظر می آید بهره مستقیم تریم اول کمت است (۶-۲) برابر $10/9$ از بهره مستقیم تریم دوم $1/9$

می باشد نسبت این دو بهره مستقیم ده نیک است. به علاوه یا سیغ بله $G(s)$ از مجموع

یا سیغ بله تریم اول و تریم دوم کمت است (۶-۲) تشکیل شده است و با استفاده از بهره

مستقیم محاله شده نتیجه می گیریم که یا سیغ بله تریم اول (۶-۲) جزء اصلی یا سیغ بله $G(s)$

را تشکیل می دهد. با استفاده از این قضیعت می توان از تابع تبدیل

$$G_1(s) = \frac{10/9}{s+1} \quad (6-3)$$

صورت تقریبی برای تابع تبدیل $G(s)$ استفاده کرد. در شکل (۶-۱) یا سیغ بله $G_1(s)$ و

تفاوت بین یا سیغ بله $G(s)$ و یا سیغ بله $G_1(s)$ رسم شده است. ملاحظه شود که شکل واقع است که

در حالت ماندگار یا سیغ بله $G(s)$ و $G_1(s)$ مایکدگر اختلاف دارند. برای از بین بردن این تفاوت

می توان یک تریم ثابت به تابع تبدیل $G_1(s)$ اضافه کرد تا بهره مستقیم تابع تبدیل جمله

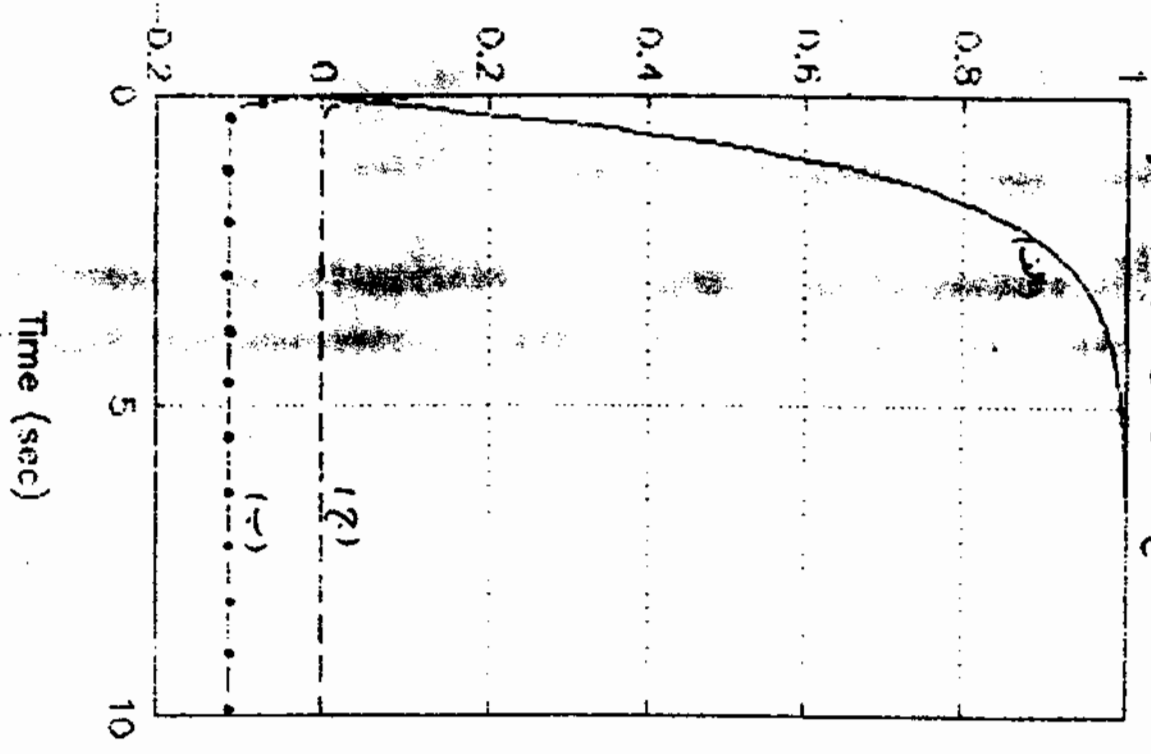
برابر بهره مستقیم تابع تبدیل $G(s)$ شود. به عبارت دیگر تقریب دیگری برای $G(s)$ صورت زیر

است

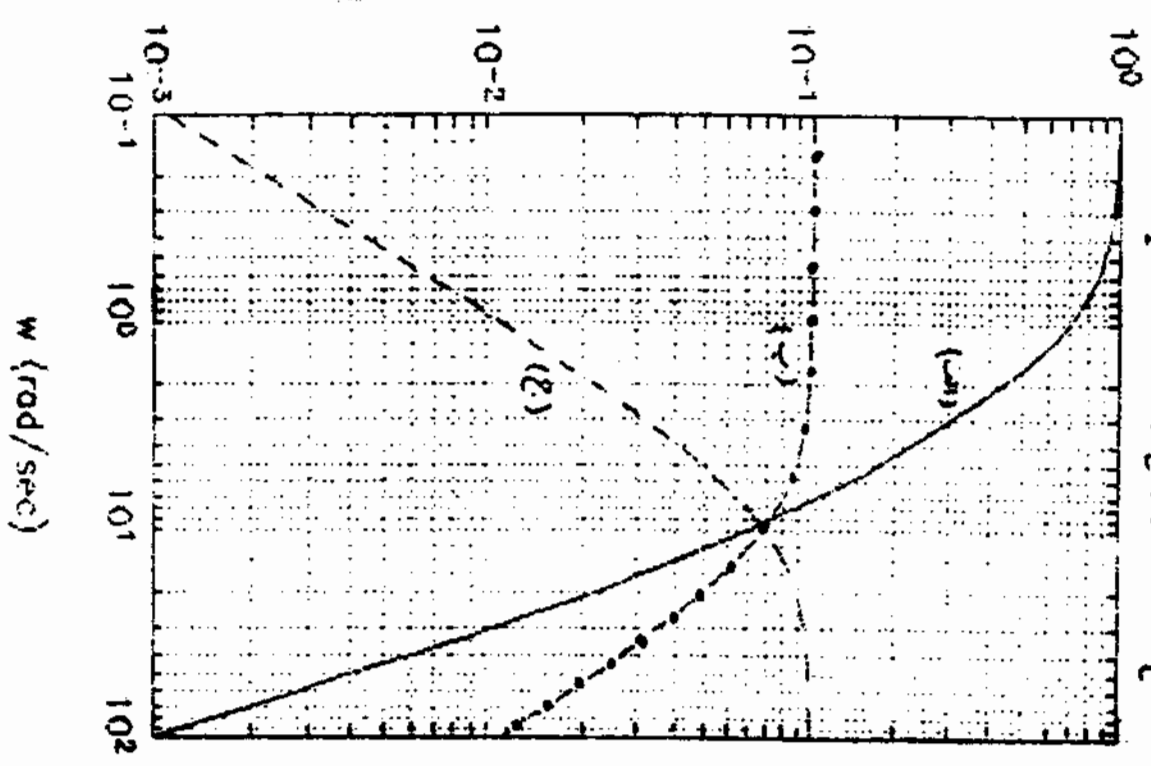
$$G_2(s) \cong G_1(s) - 1/9 = \frac{-5/9 + 1}{s+1} \quad (6-4)$$

۱- برای یک سیستم ایثار با تابع تبدیل تقریبی $G_2(s)$ بهره مستقیم $G(s)$ صورت در درجه تقریب شده $G_2(s) \cong G(s)$ بهره مستقیم $G(s)$ و در حقیقت مقدار ماندگار یا سیغ بله مستقیم $G(s)$ می باشد.

شکل (۱۶-۱) الف - انتقال تابع مکانی طبق $G_1(s)$ و $G_2(s)$
 ۲- انتقال تابع مکانی طبق $G_1(s)$ و $G_2(s)$



شکل (۱۶-۲) الف - اندازه انتقال تابع مکانی $G_1(s)$ و $G_2(s)$
 ۲- اندازه انتقال تابع مکانی $G_1(s)$ و $G_2(s)$



تفاوت پاسخ پله $G_{(1)}$ و پاسخ پله $G_{(2)}$ نیز در شکل (۱-۶) رسم شده است و نظری رسید که پاسخ پله $G_{(1)}$ به پاسخ پله $G_{(2)}$ نسبتاً نزدیک است و فقط در زمانهای اولیه با یکدیگر تفاوت دارند. علاوه بر پاسخ فرکانسی $G_{(2)}$ و اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ و اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ نیز در شکل (۲-۲) رسم شده اند. با توجه به شکل (۱-۶) در فرکانسهای پایین سیار نزدیک به $G_{(1)}$ می باشد ولی با افزایش فرکانس، اندازه تفاوت $G_{(2)}$ و $G_{(1)}$ افزایش می یابد ولی برای $G_{(2)}$ مقدار بیشتر است و با افزایش فرکانس تفاوت $G_{(2)}$ و $G_{(1)}$ کاهش می یابد. نکته قابل توجه این است که ما لزیم اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ در فرکانس صفر اتفاق افتاده و مقدار آن $1/9$ است ولی ما لزیم اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ در فرکانس بی نهایت اتفاق می افتد و مقدار آن نیز همان $1/9$ است. عمده تفاوت میل دو فرکانسهای پایین بر فرکانسهای بالا ارجحیت دارد و در این مثال نظری رسید که از هر پاسخ فرکانسی و پاسخ پله $G_{(2)}$ تقریب بهتری نسبت به $G_{(1)}$ برای تابع تبدیل $G(s)$ می باشد.

در مثال قبل مشاهده کردیم که با استفاده از بخش جزئی تابع تبدیل و لذا داشتن اجزایی که ما لزیم مقدار پاسخ پله آنها قابل صرف نظر می باشد، می توان تابع تبدیل را با یک تابع گویای درجه پایین تر تقریب زد. در حالت کلی تقریب هر سیستم پایدار با تابع تبدیل گویا و آلیه آسرو $G(s)$ از فرمی ایند قطبهای تابع تبدیل تکراری مانند خواهیم داشت:

$$G(s) = \sum_{i=1}^p \frac{a_i}{s+p_i} + \sum_{i=1}^q \frac{b_i s + c_i}{s^2 + 2\zeta_i s + \omega_i^2} \quad (4-5)$$

$p_i > 0, \zeta_i > 0, \omega_i > 0$

یک روش ساده برای تقریب زدن $G(s)$ به این صورت است که اترم های که ما لزیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی (یا ما لزیم مقدار پاسخ پله) آنها در مقایسه با دیگر ترما کوچک می باشد صرف نظر کنیم. توجه کنید که برای ترم های درجه اول $(a_i / (s+p_i))$ ما لزیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی، در فرکانس صفر اتفاق افتاده و مقدار آن نیز برابر اندازه بهره مستقیم این ترم است. برای ترم های درجه دوم که بهره نیز در صورت دارند، محاسبه ما لزیم مقدار کمی پیچیده تر است ولی این مقادیر به با و ردگی صفرهای صورت ترم های درجه دوم به قطبهای آن بستگی دارد و می توان بار هم پاسخ فرکانسی آنرا محاسبه نمود.

در مثال (1-6) چون بهره مستقیم جزء $(s+1)/10$ ، ده برابر بزرگتر از اندازه بهره مستقیم $(s+10)/10$ - بود ، از جزء دوم صرف نظر کرده و از جزء اول به عنوان تقریب $G(s)$ استفاده کردم . و همانطور که مشاهده شد نعلت تفاوت معنوی های مستقیم سیستم و تقریب آن ، در حالت ماندگار پاسخ بله سیستم و تقریب آن مایلند متفاوت بود . برای از بین بردن این اختلاف می توان نرم گامی به تقریب $G(s)$ اضافه نمود بطوریکه بهره مستقیم تقریب سیستم برابر بهره مستقیم خود سیستم شود . با اینکار در حالت ماندگار تفاوتی بین پاسخ بله سیستم و پاسخ بله تقریب آن وجود نخواهد داشت و همینطور پاسخهای مکانیکی سیستم و تقریب آن در فرکانسها نیز مانند یکدیگر خواهد بود .

تقریب $G(s)$ که در (4-4) آمده است با استفاده از این روش معالجه شد . البته و با توجه به شکل های (1-6) ، (2-4) واضح است که اهداف مورد نظر را برآورده کرده است . اشکال هم روشن در کشیدن ، استوار بودن آن در معیارهای کین و سنگمی می باشد . در روش های امروزی تبدیل در حدار روش هایی که باید ریاضی معنی دار استفاده می شود [1] . در این روش ها در ابتدا مدلی از بازتابی حاصل بین سیستم و تقریب آن را تهیه کرده و سپس بدینسان تقریب می گردند که این حاصل را تهیه کنند . در اداب رای آشپزی بیشتر ما این معلوم به در یک نمونه از این روشها فراهم برداشت .

انتهای معیاری برای اندازه یک سیستم تقریب می کنیم . یک اندازه سید رابع ، نرم می نهایت یک سیستم پایدار است . در حالت کلی برای یک سیستم پایدار ما تابع تبدیل $G(s)$ را با $G(s)$ نرم می نهایت را $G(s)$ نمایش داده و صورت زیر تقریب می کنند :

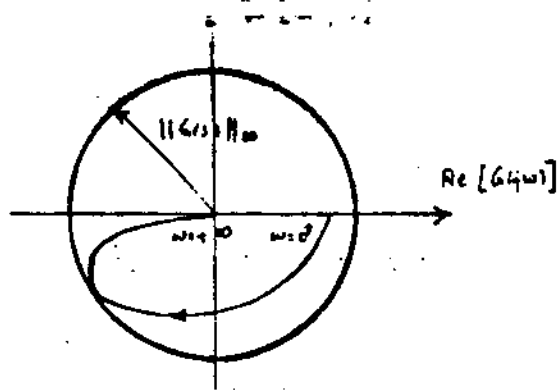
$$(4-2) \quad |G(s)| \supremum \approx \|G(s)\|_{\infty}$$

به عبارت دیگر $\|G(s)\|_{\infty}$ ماکزیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی $G(s)$ می باشد و چون $G(s)$ پایدار فرض شد ، پس قطبی روی محور s نداشته و $|G(s)|$ همیشه مقداری محدود می باشد . در حقیقت $\|G(s)\|_{\infty}$ شعاع کوچکترین دایره عمکنه است که دایرام نایلو کسیت $G(s)$ را در بر می گیرد . برای تقریب بیشتر می توانید به شکل (4-3) مراجعه کنید .

با استفاده از این تقریب نامی نهایت

$$(4-7) \quad G(s) = \frac{2}{s+1}$$

برابر 2 می باشد ، چون ماکزیم مقدار $|G(s)|$ در فرکانس صفر اتفاق افتاده و اندازه این ماکزیم نیز 2 (بهره مستقیم سیستم) است .



شکل (۶-۲) - نمایش نرم می نهایت برداری دینالزام مینوسیت

بر اساس معیار اندازه‌ای که تعریف کرده‌ام، ماحصله دو سیستم آرکلیدیتر رای توان اندازه تقاضای تبدیل دو سیستم تعریف نمود. با استفاده از این تعریف ماحصله‌ی $G_1(s)$ و $G_2(s)$ را میسر $G_1(s)$ و $G_2(s)$ در مثال (۶-۱) رای توان از روی شکل (۶-۲) ماحصله کرد:

$$\|G_1(s) - G_2(s)\|_{\infty} = \left\| \frac{10}{(s+1)(s+10)} - \frac{10.9}{s+1} \right\|_{\infty} \quad (6-8)$$

$$= 1/9$$

$$\|G_1(s) - G_2(s)\|_{\infty} = \left\| \frac{10}{(s+1)(s+10)} - \frac{-5/9+1}{s+1} \right\|_{\infty} \quad (6-9)$$

$$= 1/9$$

سپس با استفاده از تعریف نرم ماحصله در بالا، $G_1(s)$ و $G_2(s)$ به یک مقدار از $G_1(s)$ ماحصله دانسته و کارایی آنها با هم مقایسه کردیم. چون ماکزیم مقدار تفاوت پاسخ و ماحصله $G_1(s)$ و $G_2(s)$ و همیطور $G_1(s)$ و $G_2(s)$ با یکدیگر برابرند.

در حالت کلی با استفاده از ماحصله‌ی که تعریف کرده‌ام می‌توان مسئله تقابلی درجه n تقریب یک سیستم ماسیم درجه پایین تر را بصورت زیر تعریف کرد. سیستم باید با تابع تبدیل لوریا و سره $G_1(s)$ و درجه n در نظر بگیرد و تابع تبدیل لوریا سره باید $G_2(s)$ با درجه m ($m < n$) را به لوریا پیدا کند تا ماحصله $G_1(s)$ و $G_2(s)$ کمینه شود و ماحصله

$$\min_{\hat{G}_2(s)} \|G_1(s) - \hat{G}_2(s)\|_{\infty} \quad (6-10)$$

درجه $m = \hat{G}_2(s)$ ($m < n$)

البته حل این مسئله به سه سازه از بحث ماحصله و برای کسب اطلاعات بیشتر درباره آن می‌توانید به [۱] مراجعه نمایید. نکته قابل توجه در اینجا این است که برخلاف روش قبلی، فقط همین $G_1(s)$ در اینجا زیر معیار از قبیل های $G_1(s)$ می‌باشد و در نتیجه آزادی بیشتری در انتخاب $\hat{G}_2(s)$ وجود دارد.

روشن‌ترین دردی که از دست می‌آید می‌ماند چون در آن فضای تقریب زدن در تمامی فرکانسها

که یک مقدار اهمیت دارند. عموماً برای این مورد این مسئله از روزه‌های فرکانسی مناسب استفاده (ده و

سی) می‌کنند تا اهمیت فرکانسهای پایین را نسبت به فرکانسهای بالا افزایش دهند.

معمولاً نمونه از در مثال (۶-۱) تعاضل پاسخ‌های فرکانسی $G(u)$ و $G_1(u)$ را در پاسخ فرکانسی یک فیلتر

پایین‌گذر را تابع تبدیل

$$W(u) = \frac{1}{u+1} \quad (6-11)$$

مضرب کرده در سپس نرمی بهاییت پاسخ فرکانسی حاصله را محاسبه کنیم. آنگاه پس از انجام محاسبات داریم:

$$d_1 = 1/9 \quad (6-12)$$

$$d_2 = -0.0101 \quad (6-13)$$

$$d_1 = \frac{5}{6} \parallel (G(u) - G_1(u)) W(u) \parallel_{\infty} \quad (6-14)$$

$$= \sup_w |G_1(j\omega) - G(j\omega)| |W(j\omega)|$$

توجه کنید که اساسی معیار جدیدی که تعریف کرده‌ام، $G_1(u)$ تقریب بهتری نسبت به $G(u)$ برای

تابع تبدیل $G(u)$ می‌باشد. البته این بدین علت است که در روزه فرکانسی انتخاب شده (۶-۱۱).

فرکانسهای پایین نسبت به فرکانسهای بالا از اهمیت بیشتری برخوردار بوده و با توجه به شکل (۶-۲)

و واضح است که $G_1(u)$ تقریب بهتری برای $G(u)$ در فرکانسهای پایین می‌باشد.

با استفاده از این مثال، عموماً مسئله تبدیل مرتبه نازده فرکانسی را بصورت زیر تعریف می‌کنند. سیستم

باید با تابع تبدیل $G(u)$ درجه n را در نظر بگیرد و تابع تبدیل $G_1(u)$ را با

درجه m ($m < n$) را به گونه‌ای پیدا کند تا تابع هزینه زیر کمینه شود:

$$\text{minimize } \parallel (G_m - \hat{G}(u)) W(u) \parallel_{\infty} \quad (6-15)$$

در اینجا $W(u)$ یک روزه فرکانسی مناسب است که می‌توان آنرا به گونه‌ای انتخاب کرد تا بهر مثال

اهمیت فرکانسهای پایین را نسبت به فرکانسهای بالا افزایش داد. تعریف دقیق‌تر این مسئله و راه‌های

مقدمه حل تقریب آن در [۱] آمده است و در اینجا به ذکر آنجا نخواهم پرداخت. البته معنی تبدیل

در سیستم های وسیع بود و در هر سیستمی از این نوع است
 برای آشنایی بیشتر با روش های متعدد موجود می توانید به مقاله [۱] مراجعه نمایید. در این مقاله روش های
 سیار دین برای این امر ارائه شده است. البته برای درک مفاهیم ارائه شده در این مقاله احتیاج
 در ریاضیات ستاره شناسی می باشد. در ادامه درباره قطب های مؤثر یک سیستم و رابطه آن با مفاهیم
 این قسمت صحبت خواهیم کرد.

۶-۲ - قطب های مؤثر

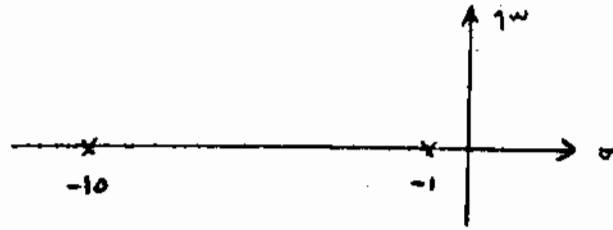
در قسمت قبل مشاهده کردید که در بعضی از موارد می توان رفتار یک سیستم را با رفتار یک سیستم
 درجه پایین تر تقریب زد و مقدار تأثیر تمامی قطب های یک سیستم بر روی پاسخ آن یک مقدار
 نود و بعضی از قطبها بر روی پاسخ سیستم تأثیر بیشتری از دیگر قطب ها دارند. طور نمونه در مثال
(۶-۱) مشاهده شد که قطب در $s = -1$ جزو اصلی پاسخ بله سیستم را تشکیل می داد و قطب در
 $s = -10$ اثرات کمتری بر روی پاسخ بله سیستم داشت. در این قسمت خواهیم دید که چطور
 با مشاهده کردن به محل قرارگیری صفر و قطب تابع تبدیل سیستم می توان از قطب مورد نظر بر روی
 پاسخ سیستم ارزیابی کرد و رفتار پاسخ سیستم را از روی آن حدس زد. در تمامی این قسمت
 (با سه قسمت قبل) فقط درباره سیستم های پایدار صحبت خواهیم کرد، البته چون در اینجا فقط از محیط
 قطب های مؤثر در رابطه با تابع تبدیل سیستم فله سه که درباره پایدار فرض می شود، استفاده خواهیم کرد،
 از این خواص با مفاهیم دربر نخواهیم بود.

معمولاً اگر برای یک سیستم پایدار صفر کمترین قطب معرر σ_p حقیقی بوده و در نزدیکی
 این قطب نیز صفری وجود نداشته باشد و سایر قطب های سیستم برایت (نسبت به قطب حقیقی) از
 معرر σ_p دور باشند، آنگاه رفتار سیستم تقریباً همانند رفتار یک سیستم درجه اول بوده و قطب نزدیک
 معرر σ_p معنی کننده اصلی پاسخ سیستم خواهد بود. در اینجا چنین حالتی می گویند که سیستم دارای یک
 قطب مؤثر درجه اول می باشد. برای روشن شدن مطلب به ذکر یک مثال می پردازیم.

مثال ۶-۲ : تابع تبدیل سیستم مثال (۶-۱) را در اینجا درباره در نظر خواهیم گرفت.

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)} \quad (۶-۱۲)$$

سازش قرارگیری صفر و قطب های این تابع تبدیل در شکل (4-7) آمده است. (توجه کنید که این سیستم صفر محدودی ندارد)



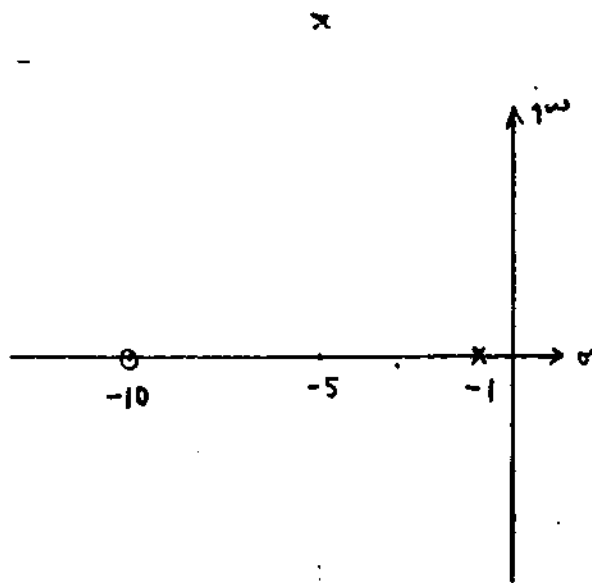
شکل (4-7) - محل قرارگیری صفر و قطب های تابع تبدیل (4-7)

مانند به این شکل یکی از قطب های سیستم نسبت به قطب دیگر بسیار دگر بوده است (نسبت ده به یک) و در نتیجه این سیستم دارای یک قطب مؤثر در اول در $s = -1$ می باشد و انتظار داریم که رفتار پاسخ پله این سیستم بر وسیله این قطب مؤثر تعیین شود. بطور نمونه اگر این قطب مشخصات پاسخ پله سیستم را تعیین کند انتظار داریم که پاسخ پله سیستم چشم برداشته و از زری به مقدار بهایی فرود برسد و بعد از سه ثانیه زمانی پاسخ نیز تقریباً یک ثانیه برده و زمان شست آخر یم ثانیه (چار تا نماند زمانی) باشد. اگر به شکل (4-1) که در آن پاسخ پله (5) رسم شده است توجه کنید، مشاهده می شود که از روی قطب های سیستم در باره رفتار پاسخ آن داریم تأیید خواهیم کرد. رابطه به مطالبی که در قسمت قبل گفته شد، از بخش جز (4-12) را (طبق رابطه (4-5)) محاسبه می کنیم (مانند که قبلاً انجام داده ایم) چون مستقیم در مورد قطب مؤثر از بهره سیستم جزو دگر برات برآورد می برد و به این علت مشخصات اصلی پاسخ پله سیستم را، قطب مؤثر آن تعیین کرده است.

مثال 4-3: تابع تبدیل یک سیستم حلقه بسته به صورت زیر است

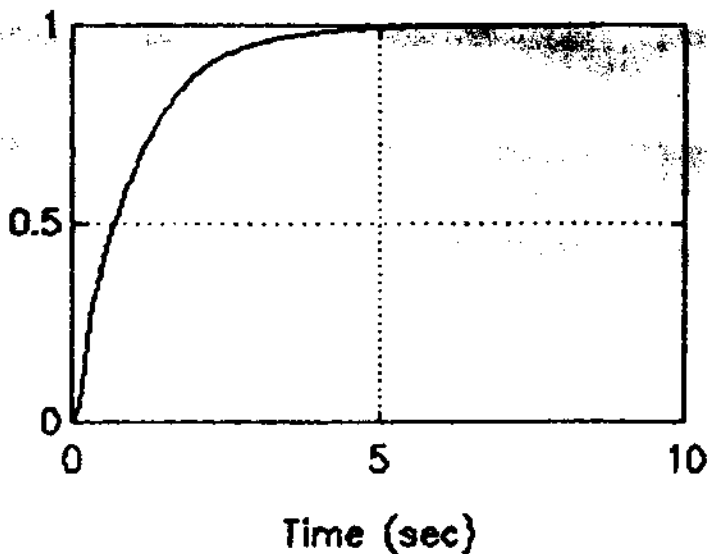
$$G(s) = \frac{10(s+10)}{(s+1)(s^2+10s+100)} \quad (4-17)$$

در ابتدا محل قرارگیری صفر و قطب های این تابع تبدیل را در شکل (4-5) رسم می کنیم. با توجه به شکل واضح است که قطب در $s = -1$ برآیند از قطب متملا دیگر به دور بسیار نزدیک بوده و در نزدیکی آن است و صفر وجود ندارد. چون این سیستم یک قطب مؤثر در اول داشته و مشخصات اصلی آن



شکل (۶-۵) - محل قرارگیری قطب و صفر تابع تبدیل (۶-۱۷)

تقریباً بیانه منحنی های پاسخ یک سیستم درجه اول با قطبی در $s = -1$ خواهد بود. پس انتظار داریم که پاسخ آن چنین بداند (یا چنین کمالاتی باشد) در زمان مثبت پاسخ پله سیستم نیز تقریباً یکسان باشد. برای تأیید این ادعاها، پاسخ پله سیستم (۶-۱۷) را در شکل (۶-۶) رسم کرده ایم. توجه کنید که پاسخ این سیستم بسیار شبیه به پاسخ یک سیستم درجه اول با قطبی در $s = -1$ باشد و تقرباً قطب مؤثر در این مثال ستا خوب است.



شکل (۶-۶) - پاسخ پله سیستم

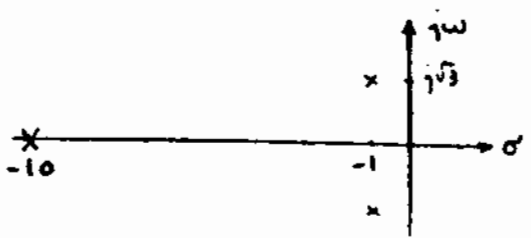
$$\frac{10(s+10)}{(s+1)(s^2+10s+100)}$$

محک قطب‌های مؤثر برای قطب‌های مختلف در دوام نیز در برابر است. عمده‌ای از برای یک سیستم
 پایدار، برداشتی قطب‌ها در سه مختلفاً بوده و در نزدیکی این قطب مختلفاً شعری نیز وجود نداشته
 باشد و دیگر قطب‌های سیستم برای است (است این قطب مختلفاً) از محور s دور باشد. آنچه رفتار
 سیستم تقریباً باشد، مقدار یک سیستم در دوام بوده و قطب مختلفاً نزدیک به محور s مشخص شده اصلی
 پاسخ سیستم خواهد بود. در این معین حالتی می‌گیرند که سیستم دارای یک قطب مؤثر در وجه دوم می‌باشد
 برای تعمیم نیز این مطلب به دیگر یک مثال فراهم برداشت.

مثال ۲-۴ تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید

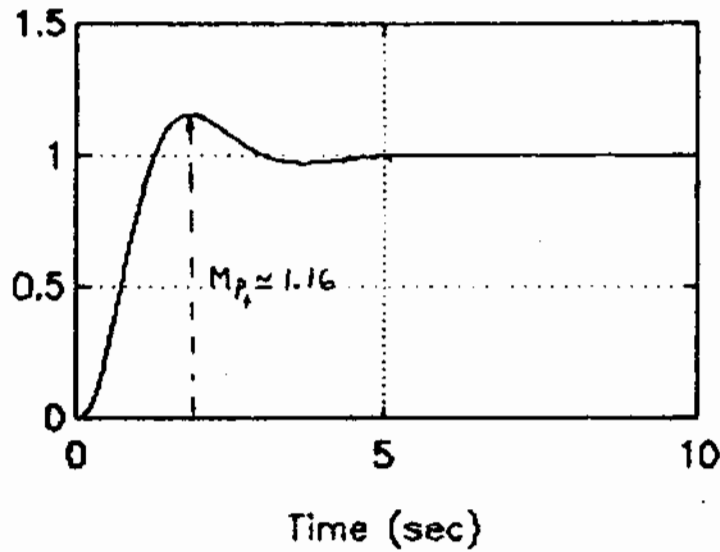
$$G(s) = \frac{40}{(s+10)(s^2+2s+4)} \quad (2-18)$$

محل‌های شعری قطب‌های این سیستم در شکل (۲-۷) آمده است البته توجه کنید که این تابع تبدیل
 شعری محدودی ندارد.



شکل (۲-۷) - محل‌های شعری قطب و صفرهای تابع تبدیل (۲-۱۸)

مانند شکل و مطالب ذکر شده، این سیستم دارای دو قطب مختلفاً نزدیک به محور s می‌باشد. این یعنی
 قطب مختلفاً مؤثر بوده و رفتار پاسخ سیستم تقریباً باشد پاسخ یک سیستم در دوام با قطب‌های در $-1 \pm j\sqrt{3}$
 (ریشه‌های $s^2 + 2s + 4$) خواهد بود. برای این قطب‌های مختلفاً، $\zeta = 0.5$ برابر بوده و ω_n نیز ۲
 می‌باشد. پس انتظار داریم که زمان نشست پاسخ سیستم تقریباً ۴ ثانیه $(4/\omega_n)$ بوده و ماکزیمم بیش
 پاسخ پدیده سیستم برابر با $(1 - \zeta^2)^{-0.5}$ و برابر ۰.۵۵۴ تقریباً ۱۶٪ باشد. پاسخ پدیده دقیق
 سیستم در شکل (۲-۸) رسم شده است. واضح است که پاسخ سیستم زمان نشستی تقریباً برابر ۴ ثانیه
 و ماکزیمم بیشی برابر ۱۶٪ دارد پس مقادیر بیش شده برای این سیستم‌ها از روی محل قطب‌های
 سیستم قابل دست‌یابی است.



شکل (۸-۶) - پاسخ به سیستم

$$\frac{40}{(s+10)(s^2+2s+4)}$$

البته از درصافه سیارگی از برداری قطب (حقیقی یا مختلط) صغری وجود داشته باشد،
 آنگاه این صغری با قطب حذف شده و در نتیجه سن ارمغانه بعضی جزئی تابع تبدیل خواهم
 دید که بهره متغیر می‌شود به قطب نزدیک به صفر که یک ضابطه برد و این قطب اثر کمی بر روی
 فرمی خواهد گذاشت. در این حالت برای انتخاب قطب مؤثر، باید قطب‌هایی را که در
 فاصله سیارگی از آنها صغری وجود دارد نادیده بگیریم.

مثال ۵-۶: تابع تبدیل یک سیستم حلقه بسته هدایت زیر است:

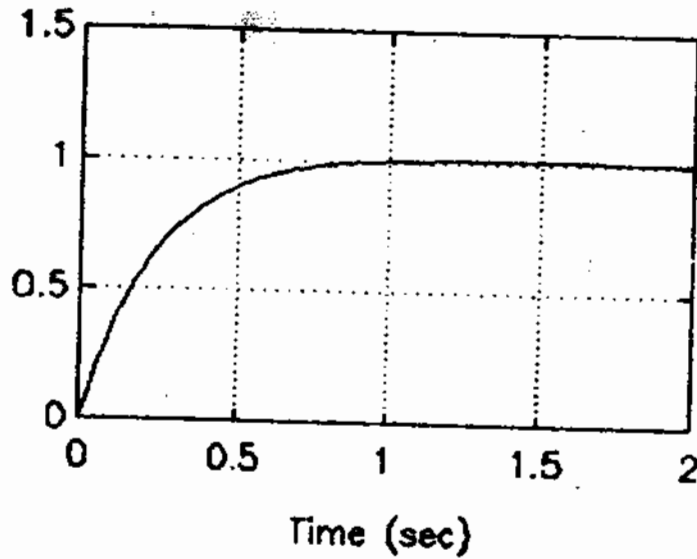
$$G_{cl}(s) = \frac{400(s+0.95)}{95(s+1)(s+4)} \quad (4-19)$$

با استفاده از معیاد قطب‌های مؤثر درباره شکل پاسخ در زمان نشست آن اظهار نظر کنید.
 محل قرارگیری صغری و قطب این تابع تبدیل در شکل (۹-۶) آمده است.



شکل (۹-۶) - محل قرارگیری صغری و قطب تابع تبدیل (۴-۱۹)

نموده - شکل (۹-۱۷) چون در مامندگی از قطب $s = -1$ صفر $s = -0.95$ قرار دارد، پس از قطب $s = -1$ صاف نواری کیم و قطب در $s = -4$ ، قطب مؤثر بوده در رفتار پاسخ را مشخص خواهد کرد. پس انتظار داریم تا پاسخ جهش بیشتر از مقدار نهایی (Overshoot) تقریباً دوالت و زمان نشست آن نیز تقریباً ۱ ثانیه باشد ($t_s = 4 \times \frac{1}{4} = 1$). برای تأیید یا عدم تأیید این نکته ها، پاسخ پله سیستم را در شکل (۱۰-۷) رسم کرده ایم. نکته در شکل واضح است که نکته های ادعایی تقریباً صحت دارد. البته توجه کنید که در این مثال پاسخ به مقدار کمی از مقدار ماندگار خود بالا تر رفته و سپس به مقدار نهایی رسیده است. این به دلیل تقریب بودن مبدع قطب های مؤثر می باشد.



شکل (۱۰-۷) - پاسخ پله سیستم $\frac{400(s+0.95)}{95(s+1)(s+4)}$

در این مثال از بخش جرم تابع تبدیل سیستم را هائل کرده که در (۱۰-۷) ذکر کردیم جهت آردم، فراهم داشت:

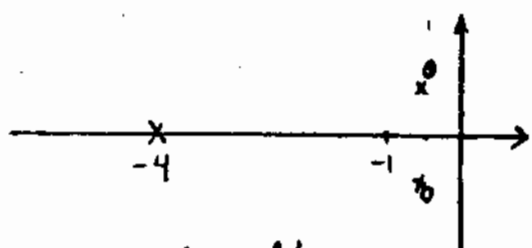
$$G_c(s) = \frac{-0.0702}{s+1} + \frac{4.2808}{s+4} \quad (۱۰-۲۰)$$

از آنجا که بهره مستقیم جزء اول سمت راست (۱۰-۲۰) 0.0702 و باشد در حالیکه اندازه بهره مستقیم جزء دوم 4.2808 است و این در سمت راست 15 بایکد می دارند و می توان از جزء اول صفت را به دست آورد در 0.0702 و 4.2808 بایکد می دارند و می توان از جزء اول صفت را به دست آورد

مثال ۶-۶: تابع تیرایی سیستم تحت سه نیروی زیر است:

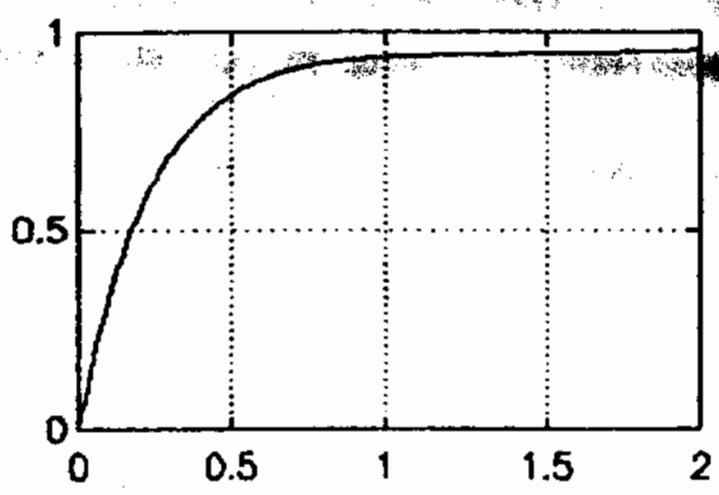
$$G_c(s) = \frac{4(s^2 + s + 1)}{(s+4)(s^2 + 1.1s + 1)} \quad (6-21)$$

با استفاده از مبحث قطبهای مؤثر در زمان شکل پاسخ در زمان نسبت آن افکار فرآیند - محل قرارگیری صفر قطب این تابع تبدیل در شکل (6-11) آمده است. چون در ماصلاکی از قطبهای مصلطاً



شکل (6-11) - محل قرارگیری قطب و صفر تابع تبدیل (6-21)

صفرهای مصلطی قرار گرفته است. پس این قطبهای مصلطاً را نادیده گرفته و در نتیجه قطب در $s = -4$ قطب مؤثر بوده و رفتار پاسخ تقریباً همانند پاسخ یک سیستم درجه اول خواهد بود. در زمان نسبت آن نیز تقریباً ۱ ثانیه است ($t_s = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$). پاسخ دقیق سیستم طبق سبب (6-21) را به روشی پله در شکل (6-12) رسم کرده‌ام. توجه کنید که پاسخ سیستم تقریباً با پاسخ یک سیستم درجه اول است و زمان نسبت آن نیز تقریباً ۱ ثانیه است البته مقدار افتی که بین پاسخ پله در زمانهای بین ۱ تا ۱.۵ ثانیه و مقدار ماندگار آن وجود دارد بخاطر اثر قطبهای مصلطی است.



شکل (6-12) - پاسخ پله سیستم $\frac{4(s^2 + s + 1)}{(s+4)(s^2 + 1.1s + 1)}$

که از آنها در هنگام برکت آوردن قطبهای مؤثر صرف نظر شده است. البته در این مثال، هر چه ضرایب مختلف
 به قطبهای مختلف نزدیکتر باشد، پاسخ سیستم به پاسخ یک سیستم در دایره ناقلی در $s = -4$ نزدیکتر
 خواهد شد.

الته سیستم علاوه بر یک صفت قطب مختلف، یک صفر حقیقی نیز داشته باشد، تحت شرایطی که
 در خواص کرد، صفر حقیقی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر پاسخ به پاسخ فرکانسی سیستم خواهد گذاشت. برای
 مابقی این موضوع سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید

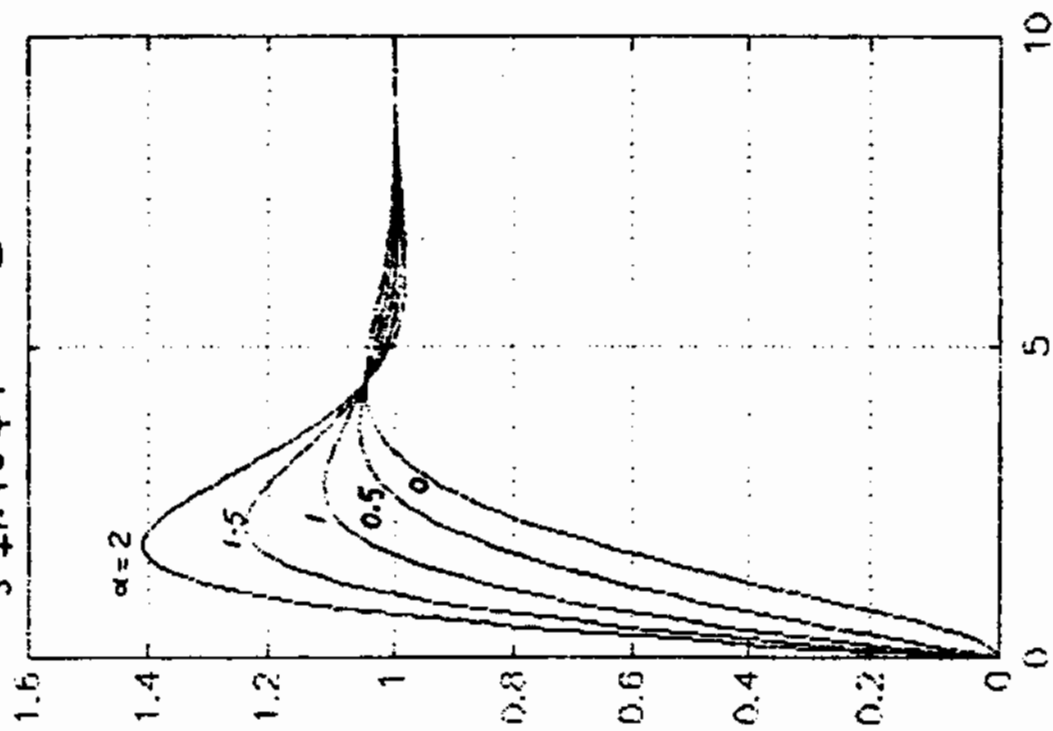
$$G(s) = \frac{\omega_n^2 (s+1)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (4-22)$$

این سیستم یک صفر حقیقی در $s = -1/\alpha$ داشته و دو قطب مختلف نیز در $s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$
 دارد. $\omega_n = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$ است. سبب تأثیر صفر در افزایش ماکزیمم جریس و کاهش زمان صعود
 پاسخ به سیستم است و در روی زمان نشست پاسخ به تأثیر صفرانی نمی‌گذارد. برای مابقی
 این صفت پاسخ به و پاسخ فرکانسی سیستم (4-22) را فرض $\zeta = 0.7$ و $\omega_n = 1$ برای صفر
 مقدار α به ترتیب در شکل‌های (4-12) و (4-14) رسم کرده ایم. توجه کنید هر چه نسبت $1/\alpha$
 (اندازه صفر) به ω_n (اندازه مقدار صفر قطب مختلف) کاهش یابد، اثر صفر بر روی پاسخ
 به سیستم درجه دوم بیشتر مشهود می‌شود. البته برای تمامی مقادیر α در شکل (4-13) زمان
 نشست سیستم حلقه بسته همراه افزایش ω_n $4/\omega_n \approx 5.71$ ثانیه است و این نسبت به عمل
 قرارگیری صفر صورت شکل ندارد.

در حالت کلی اگر $\omega_n/1/\alpha$ از 5 فراتر رود این از 0.5 بزرگتر باشد، آنگاه می‌توان
 فرموده صورت (4-17) را نادیده گرفته و مقدار ماکزیمم جریس پاسخ به در زمان صعود فقط از روی محل
 قطب‌های مختلف مزاج حاصل کرد. که در فصل 7 توضیح داده ایم، مخالف نمود. البته اگر صفر
 اندازه نامی از قطبهای مختلف دورتر باشد، آنگاه تأثیر خاصی بر روی پاسخ سیستم خواهد گذاشت
 در مورد (4-15) شکل تغییر ماکزیمم جریس (بر حسب درصد) با نسبت $\omega_n/1/\alpha$ را برای مقادیر مختلف
 رسم کرده ایم و از روی آن می‌توان ماکزیمم جریس را در حالت‌های مختلف محاسبه نمود. نمودار

شکل (۶-۱۳) - پاسخ پله

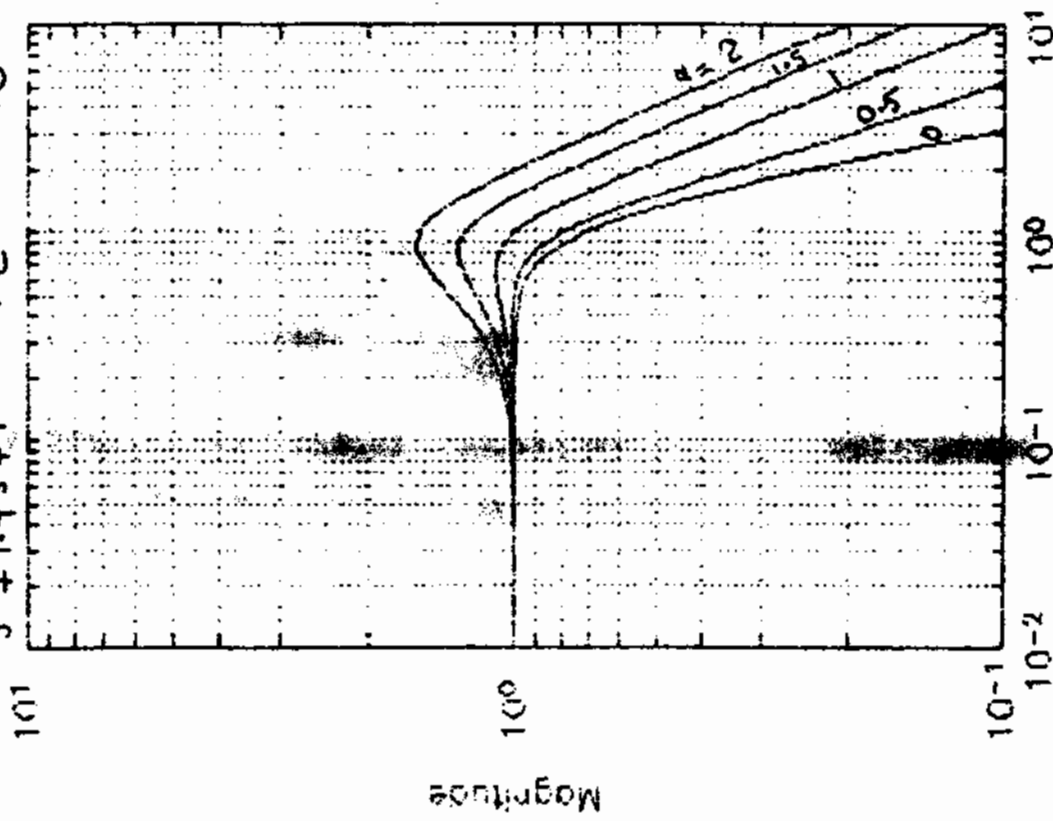
$$\frac{\alpha s + 1}{s^2 + 1.4s + 1}$$



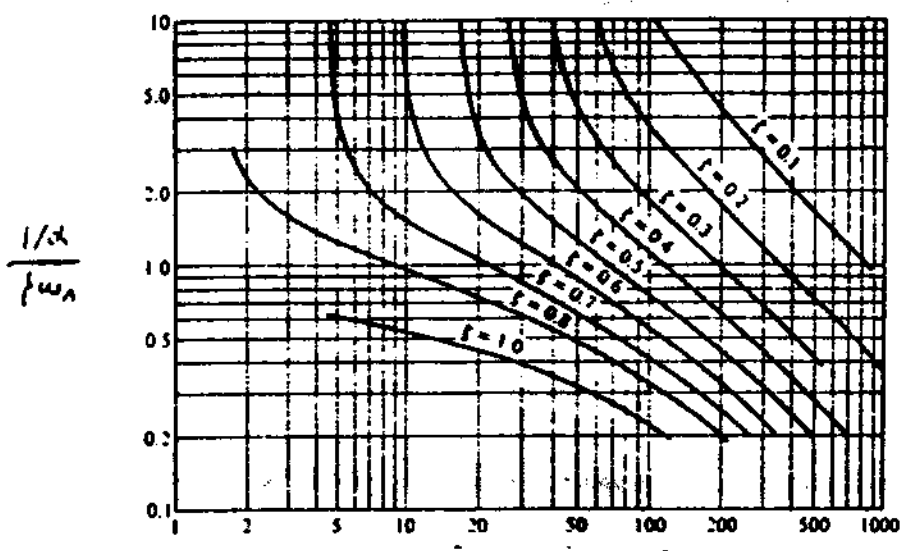
Time (sec)

شکل (۶-۱۴) - پاسخ فرکانسی

$$\frac{\alpha s + 1}{s^2 + 1.4s + 1}$$



w (rad/sec)

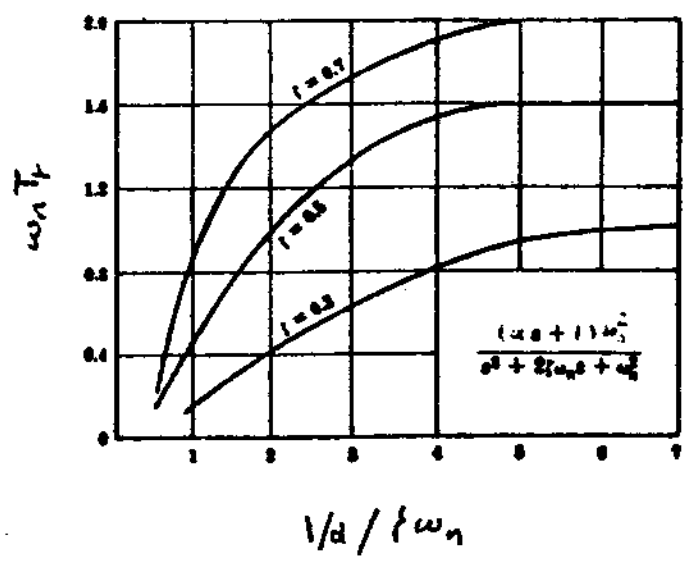


مکانیزم جینی از حسب دروس

شکل (7-15) - جلیوش تغییرات مکانیزم جینی بلوغ (7-22) تا تغییر $\frac{1/2}{\gamma_n}$ در []

مشامی را از نمایش تغییرات زمان صعود با محل قرارگیری صوتی تبدیل (7-22) در شکل (7-17) آمده است. توجه کنید در اینجا محور عمودی $\omega_n T_n$ می باشد و T_n نیز همان صعود از 10٪ به 90٪ مقدار

نهایی است .

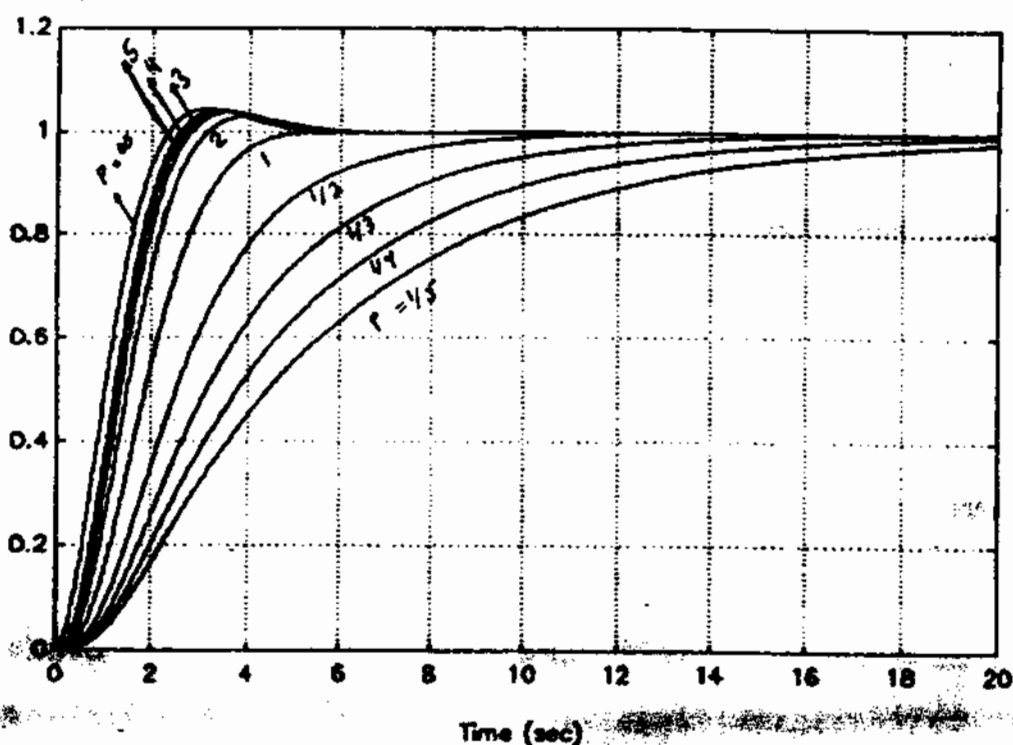


شکل (7-17) - جلیوش تغییر $\omega_n T_n$ با $\frac{1/2}{\gamma_n}$ در []

در این قسمت هداره درباره نزدیک و دور بودن قطعا است - محور $\omega_n T_n$ مصمت کرده ام ولی تاکنون معیار دقیقی را از اندازه گیری آن ارائه نکرده ام. برای این اساس بنیتری درباره این عوامل تغییریه ، در ادامه عرض کنید که تابع تبدیلی سیم حلقه است این ضرورت در بیان

$$G_{\omega}(\omega) = \frac{\omega^2 P}{(s+p)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (7-23)$$

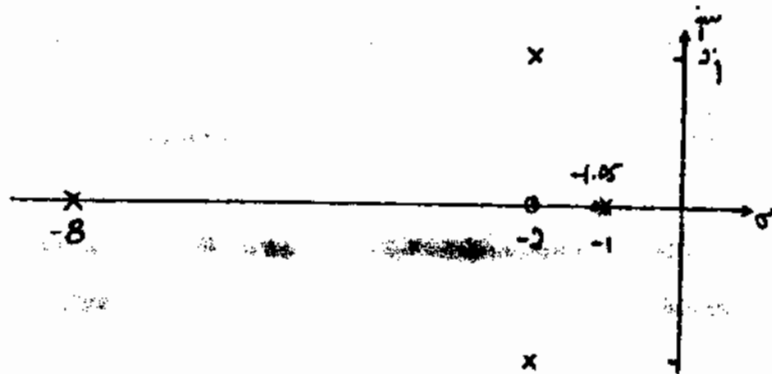
در شکل (7-14) با فرض $\omega_n = \sqrt{2}$ و $\zeta = \sqrt{2}/2$ ، پاسخ پله (7-23) را برای مقادیر مختلف P رسم کرده ایم. از $P=1$ تا $P=5$ در نظر نسبت میرایی کمتری از 0.5 بهینه باشد. آنگاه پاسخ تقریباً مانند پاسخ سیستم درجه دوم با قطبهای مضرب بوده در آن یقین ماکزیموم و زمان صعود می توان قطب حقیقی را نادیده گرفت. مینظر از $P=1$ کوپله از 5٪ باشد، آنگاه پاسخ تقریباً مانند پاسخ یک سیستم درجه اول بوده و قطب حقیقی منفی های پاسخ را یقینی خواهد کرد. ترسیم در تمامی حالات با فرض $\zeta = \sqrt{2}/2$ ، پاسخ پله سیستم (7-23) هیچگاه از مقدارهایی آن برتر نخواهد شد (پاسخ از زیر به مقدارهایی خود می رسد).



شکل (7-14) - پاسخ پله $\frac{\omega^2 P}{(s+p)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$ برای مقادیر مختلف P

برای مقادیر دیگر P/ω_n ، پاسخ (7-23) ترکیبی از پاسخ جزوه های درجه دوم و درجه اول بوده و می توان از همبستگی از آنها در مقابل دینامی صرف نخواهد بود. از متقابل این قطبها بر روی یکدیگر نسبتاً زیاد خواهد بود. در ادامه به ذکر یک مثال برای جمع بندی مطالب این قسمت خواهیم پرداخت.

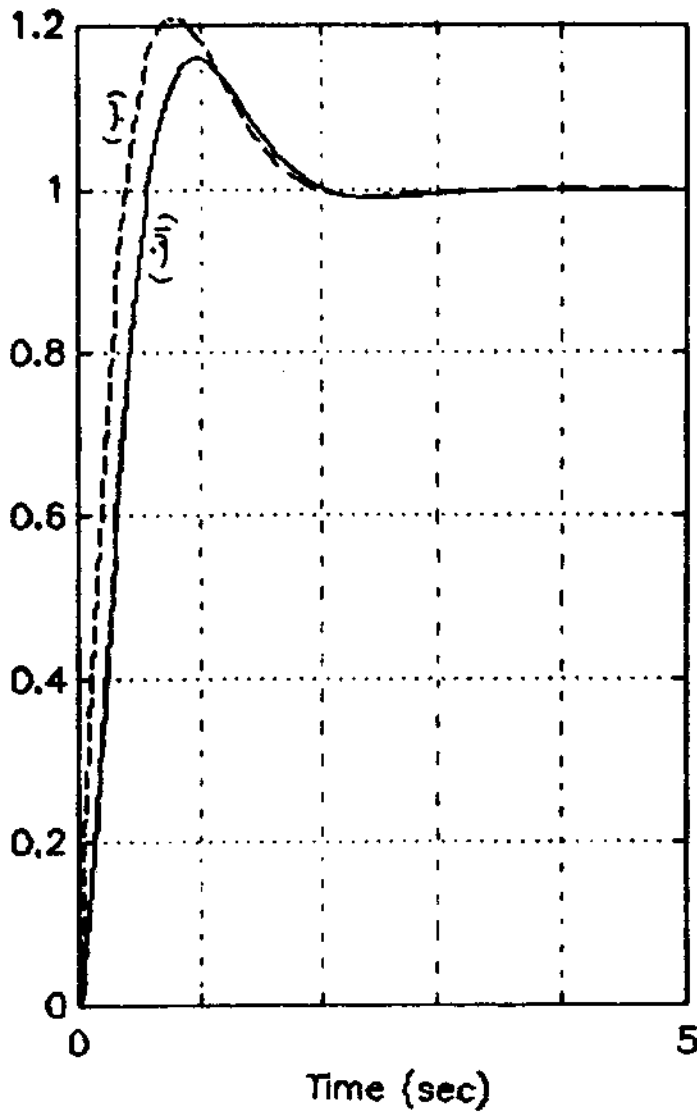
مثال 7-6: محل قرارگیری منور قطب یک سیستم ممتد سه مرتبه شکل (7.18) است و نحوه
 مستقیم آن نیز مقدار واحد است. مانند - محل منور قطب ها، زمان نسبت و مقدار لازم همین
 نسخ به سیستم را حدس زده و تابع تبدیل ساده شده ای برای این سیستم در صورت امکان بنویسید.



شکل (7.18) - محل قرارگیری منور قطب های یک سیستم ممتد

چون قطب در $s = -1$ بسیار نزدیک به منور در $s = -1.05$ می باشد، پس این منور قطب تقریباً با یکدیگر
 حذف شده و اثر قطب $s = -1$ - مقدار با چیزی د. مردمی ظاهر خواهد شد. این دلیل از قطب $s = -1$
 که در دینامیک قطب به محور s می باشد، در تقیین قطب مؤثر صرف نظر خواهیم کرد. قطب های بعدی که
 نزدیک به محور s می باشد، قطب های مطلقاً در $2 \pm 2j$ می باشد و چون قطب در $s = -8$
 است - قطب های مطلقاً از محور s دور می باشد (است $8 - 2$)، پس این قطب های
 مطلقاً مؤثر خواهد بود. البته منور در $s = -2$ با هم واحد شده که ما کرم همین قطب های مطلقاً
 از این یابد. با مراجعه به شکل (7-15) با عرض $\sqrt{2}/2$ و $\omega_n = 1$ نتیجه می گیریم که ما کرم
 همین تقریباً 22٪ باشد ($M_p = 1.22$)، مسیطور چون فاصله قطب مؤثر تا محور s ، 2
 می باشد، پس زمان نشست تقریباً $2 = \frac{4}{2} = \tau_d$ خواهد بود. برای تأیید این ادعاها، پاسخ پله
 سیستم طبقه 7-11 را رسم کرده ایم. از روی شکل ما کرم همین تقریباً 18٪ بوده و زمان
 نشست نیز تقریباً 2 ثانیه است و مقادیر حدس زده شده واقعاً به مقادیر حقیقی نزدیک می باشد. البته
 علت کم افتادن بین مقادیر حدس زده شده و واقعی فقط وجود قطب در $s = -8$ می باشد که کمی اثر
 صر $s = -2$ در او این ما کرم همین را کاهش داده است.

از منور $s = -8$ در مدوی ما کرم همین تقریباً 20٪ باشد. مراجعه به شکل (7-15) با عرض $\sqrt{2}/2$ و ما کرم همین را



شکل (7-19) الف - پاسخ ب

$$G_{cl}(s) = \frac{33.6(s+2)(s+1.05)}{(s+1)(s+8)(s+2 \pm j2)}$$
 ب - پاسخ ب

$$\hat{G}_{cl}(s) = \frac{4(s+2)}{(s+2 \pm j2)}$$

برای تقریب سیستم حلقه بسته با یک سیستم درجه پایین تر می توانیم از این روش استفاده کنیم و داریم

$$\hat{G}_{cl}(s) = \frac{4(s+2)}{(s+2 \pm j2)} \quad (7-24)$$

را می توان تقریب سیستم حلقه بسته به اینها کردیم. (توجه کنید که در این کتاب $s + \sigma \pm j\omega$ مایلر حیدر علی در دو سیستم است که ریاضی آن $s + \sigma + j\omega$ و $s + \sigma - j\omega$ می باشد. به عبارت دیگر

$$(s + \sigma \pm j\omega) \triangleq (s + \sigma + j\omega)(s + \sigma - j\omega) \quad (7-25)$$

$$= (s + \sigma)^2 + \omega^2 = s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2$$

عرب 4 در صورت (6-24) به این دلیل انتخاب شده تا به وجه مستقیم (1) باشد تا به وجه مستقیم مستقیم
 حلقه (11) را در خود. برای بیش وقت نزدیک، پاسخ (6-24) را نیز در شکل (6-19) رسم کرده ایم.
 با توجه به اختلاف در (11) و (11) تقریب (6-24) واقعاً ناآرامی جری دارد. البته برای آن
 این تقریب را با دور کردن محور در 2.5 بهر دینر محسوس کردیم. در اینجا به آن خواهیم پرداخت.

در حالتی که در این نکته ضروری است که در بعضی از موارد نسبت فواصل قطبهای سیخ حلقه سیخ از
 محور سیخ زیاد نبوده و برای آن از بعضی از قطبها در مقابل بقیه آنها فرقی نخواهد بود و در مقابل
 پاسخ در ایستگاه سیخ می قابل پیش بینی بوده و محور به رسم پاسخ قطبهای سیخ هدف اصلی
 این قسمت بود و آوردن یک دید عمیق در باره حلقه سیخ تأیید کننده قطبهای مقلبت بر روی پاسخ سیخ
 بوده است و این دید در مراحل مختلف برای واقف یک سیخ بسیار مفید می باشد و مهم این است
 که در صورت تراز نبودن شرایط در راه به این نکته باید پاراسته های مقلبت را نیز داد تا شرایط مطلوب
 حاصل گردند.

4-2 - خلاصه

در این فصل جهت تعیین درجه و قطب های مؤثر را مورد بررسی قرار داده و ذکر شد که تأیید
 تمامی قطب های یک سیخ در پاسخ آن به یک مقدار نمی باشد و صورهای تابع تبدیل در تعیین مقدار تأیید هر قطب
 تنوع بسیار دارند. برای بدست آوردن اهمیت هر قطب در تعیین مشخصات پاسخ سیخ می توان
 پیش فرضی تابع تبدیل را بدست آورد سپس از آن که ماگنیتود مقدار پاسخ بدین پاسخ فرکانسی آنها برگ
 می باشد را به عنوان افراد مهم انتخاب نمود. بر این اساس مشخص شد که اگر فاصله بعضی از
 قطبها نسبت به دیگر قطبها از محور به اندازه ای باشد، آنجا قطبهای نزدیک به محور نیز مشخصاتی
 اصلی پاسخ را تعیین خواهند کرد.

بر اساس مطالب ذکر شده در اینجا، عمده در تمام طرایی یک سیخ کمتری، محدود در آن از صورتی مشخص
 شده و آن دسترس در شرایط مطلوب طرایی، قطب های مؤثر سیخ حلقه سیخ (که مشخص کننده رفتار پاسخ
 آن می باشد) باید در این محدوده قرار بگیرد. در فصل بعد نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده از روش مکان
 رسیه های برای آن میزان کمه را به گونه ای انتخاب کرد تا قطبها مؤثر سیخ حلقه سیخ در محدوده دلخواه قرار داشته باشند.



فصل ۷

طراحی کنترل کنده بر اساس محل قطبها

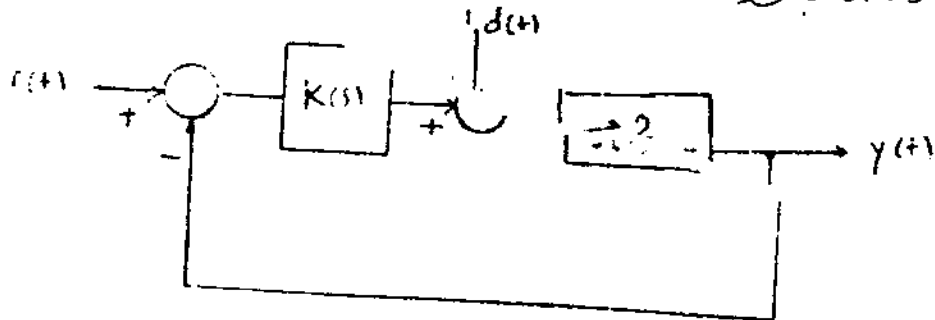
در فصل پنجم ما روش طراحی در حوزه فرکانس آشنا کردیم. همیشه در فصل ششم نشان دادیم که بسیاری از مشخصه‌های رفتار زمانی یک سیستم کنترلی را می‌توان بواسطه جابجایی قرارگیری محل صفر و قطبهای آن بیان نمود. در این فصل درباره جابجایی استفاده از روش مکان ریاضی برای طراحی کنترل کنده‌ها صحبت خواهیم کرد. در این روش عمدتاً از مشخصه‌هایی مانند زمان نشست، نسبت میزانی قطب مؤثر و فریب خطا برای بیان شرایط مطلوب طراحی استفاده می‌شود و پس از تبدیل این مشخصه‌ها به محل مطلوب قطب‌های مؤثر سیستم، حصران کنده را بدین‌وسیله انتخاب می‌کنیم تا قطب‌های مؤثر در محل دلخواه قرار گیرند و فریب خطا مقدار آرپس تعیین کنده را داشته باشد. البته باید روش طراحی در حوزه فرکانس بیشتر تر از ما در این فصل بر روی انتخاب حصران کنده‌های پهن باند و تقویت کنده تنها خواهد بود و [۴] [۵] [۶] نیز بر این موضوع مناسب برای مطالب این فصل می‌باشند.

۷-۱ - طراحی با استفاده از روش مکان ریشه‌ها

در این قسمت با استفاده از مثال‌های متعدد، چگونگی طراحی کنترل کننده با استفاده از روش مکان ریشه‌ها را به ما نشان خواهیم داد. نکته‌ای که باید به آن توجه کرد این است که معیارهای طراحی در روش مکان ریشه‌ها با معیارهای طراحی در حوزه فرکانس متفاوت است. هر چند که هر دو این معیارها ارتباطی با یکدیگر دارند و به یکدیگر تبدیل می‌شوند. به طور مثال در دامنه فرکانس معیارهایی از مشخصه مطلوب داشتن یک حوضه مناسب است در حالی که در حوزه s معیار نسبت میرایی قطب مؤثر کمیتی مهم می‌باشد ولی همانطور که در قسمت (۲-۴) نشان دادیم، برای این دو معیار رابطه نزدیکی با یکدیگر داشته و از روی یکی می‌توان دیگری را نتیجه گرفت.

در اولین مثال از بهره K و از روی مکان ریشه‌ها معادله مشخصه سیستم حلقه بسته بررسی خواهیم نمود و محدودیت‌های استفاده از آن را دقیقاً توضیح خواهیم داد. سپس با ذکر دو مثال درباره چگونگی استفاده از ضرایب کنترل کننده پیش‌فاز برای افزایش سرعت سیستم صحبت خواهیم کرد و در انتها درباره استفاده از ضرایب کنترل کننده پس‌فاز برای افزایش ضرایب حلقه صحبت خواهیم کرد.

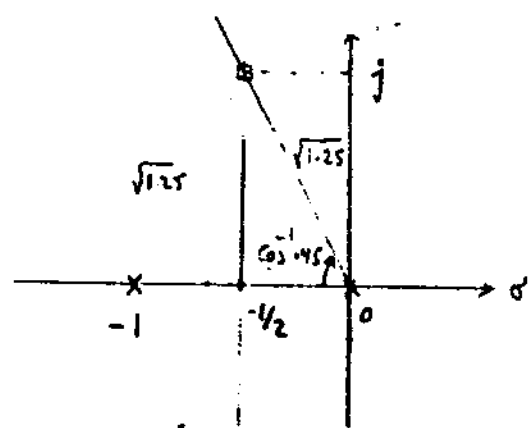
مثال ۷-۱: در سیستم کنترلی زیر ضرایب کنترل کننده $K(s)$ را انتخاب می‌کنیم که دارای یک قطب مؤثر ۰.۴۵ باشد.



شکل (۷-۱) - سیستم کنترلی مثال ۷-۱

در ابتدا مکان ریشه‌ها را با فرض $K(s) = K$ در شکل (۷-۲) رسم می‌کنیم. خط $\zeta = 0.45$ نیز از روی این مکان رسم شده است. از روی شکل واضح است که بهره K می‌تواند وجود دارد که برای آن نسبت میرایی قطب مؤثر ۰.۴۵ باشد. در این مثال ساده، ساده‌ترین توان بهره K

7-3
 تعیین می‌شود که سیستم در این حالت ناپایدار است



شکل (۷-۲) - مکان ریشه‌ها معادله مشخصه سیستم طبقه بندی

مورد نیاز را از این منظور از روی معادله مشخصه سیستم طبقه بندی بدست آورد. در اینجا ما در سیستمی اشاره می‌کنیم که در حالت کلی نیز کاربرد دارند اولین روش معادله بهره k ، روش ژانکوی است. در این روش از روی شکل عمل تلاقی خط $\zeta = 0.45$ با مکان را محاسبه می‌کنیم. ما استفاده از شکل نقطه تلاقی $\zeta + j\omega = -1/2 + j$ می‌کنیم. برای معادله بهره k ما به شرط اندازه در این نقطه برقرار می‌کنیم

$$|K(s)G(s)|_{s=s_0} = 1 \quad (7-1)$$

پس

$$\left| \frac{K(0.2)}{s(s+1)} \right|_{s=-\frac{1}{2}+j} = 1 \quad (7-2)$$

از روی شکل می‌توان برای $|-1/2 + j|$ و $|1 - 1/2 + j|$ حاصلین مورد پس داریم

$$\frac{K(0.2)}{\sqrt{1.25} \sqrt{1.25}} = 1 \Rightarrow k = 6.25 \quad (7-3)$$

الته جواب حاصله در این روش برنا تقریبی است چون اگر مکان ریشه‌ها دقیق رسم شده باشد، مقدار تلاقی خط ثابت ζ در مکان را فقط بتوانیم بصورت تقریبی بدست آورد. روش دیگر محاسبه بهره k ، روش تجلی است. در این روش محل تلاقی خط ثابت ζ را با مکان بصورت تجلی بدست می‌آوریم. توجه کنید که در این تمام نقاطی که بر روی خط ثابت ζ قرار دارند رابطه زیر برقرار می‌شود و در حقیقت هر دو روش است

$$\omega = -\sigma \tan \theta, \quad \theta = \cos^{-1} \zeta \quad (7-4)$$

مکان ریشه معادله مشخصه سیستم طبقه بندی از این رابطه بدست می‌آید $K(s)G(s) = 0$ یا $K(s)G(s) = 1$ (مقدار معیار) و به شرط اندازه $|K(s)G(s)| = 1$ (مقدار معیار)

معادله مضمون سیستم حلقه ست نیز در این مثال بصورت زیر است

$$s^2 + s + 0.2k = 0 \quad (7-5)$$

ما حایزینی (7-4) در (7-5) در معادله نیرضی برای در مجهول σ در k بدست خواهد آمد که پس از حل، عمل تلامی و بهره مورد نیاز را می توان محاسبه کرد. بطور مثال اگر $k' = 0.2k$ و

$\alpha = 0.5$ آنگاه پس از حایزینی (7-4) در (7-5) داریم

$$(\sigma - j\alpha\sigma)^2 + (\sigma - j\alpha\sigma) + k' = 0$$

$$\sigma^2 - \alpha^2\sigma^2 - j2\alpha\sigma^2 + \sigma - j\alpha\sigma + k' = 0 \quad (7-6)$$

و با صورتار دادن قسمت موهومی در معادله و بطور جداگانه داریم

$$\sigma^2 - \alpha^2\sigma^2 + \sigma + k' = 0 \quad (7-7)$$

$$2\alpha\sigma^2 + \alpha\sigma = 0 \quad (7-8)$$

از حل معادله (7-8) داریم $\sigma = 0$ و $\sigma = -\frac{1}{2}$. جواب $\sigma = 0$ مورد نظر نیست چون نقطه تلامی برای

$k = 0$ است. ما حایزینی $\sigma = -\frac{1}{2}$ در معادله (7-7) داریم

$$\frac{1}{4} - \frac{\alpha^2}{4} - \frac{1}{2} + k' = 0$$

(7-9)

$$k' = \frac{1}{4} + \frac{\alpha^2}{4} \approx 1.24$$

پس $k = 6.2$

پس k به 6.2 که نزدیک به همان جوابی است که از روش تقریبی بدست می آید و بهتر است که همراه آن در حالت کلی حل معادلات نیرضی بدست آمده ممکن است.

روش آزمایشی در حل مسائل استفاده کنید. مقایسه کنید، خواهی دید که بهره بدست آمده که نزدیک

از این مثال را با مثال (7-1) مقایسه کنید. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیار آسان بود. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیار آسان بود. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیار آسان بود. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیار آسان بود. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیار آسان بود. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیار آسان بود. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیار آسان بود. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بسیار آسان بود. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

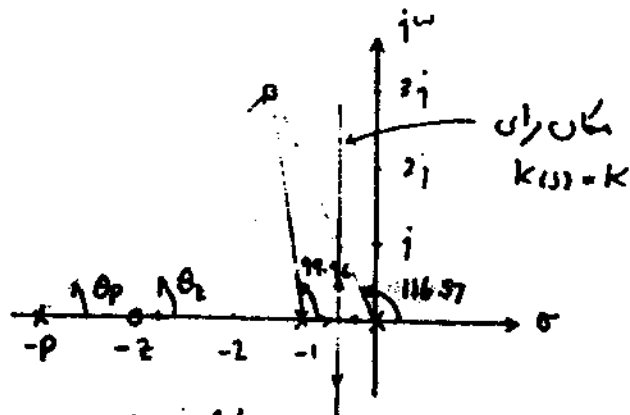
افزایش یافته و در نتیجه زمان صعود کاهش خواهد یافت. البته در ایالات متحده کاهش K با افزایش K ماکزیمم جیس باسج به سیستم حلقه نیز افزایش یافته و باسج نوسانی خواهد شد. پس اگر خواهم زمان نشست باسج به سیستم را کاهش دهم نمی توانم فقط از صیران کنه $K(s) = K$ استفاده کنیم. در مثال بعدی خواهم داد که چگونه با استفاده از صیران کنه پیش فاز می توان زمان نشست سیستم را کاهش داد.

مثال ۷-۲: سیستم مثال قبل (شکل ۷-۱) را دوباره در نظر بگیرید. صیران کنه $K(s)$ را بدین طریقی کنید تا ماکزیمم جیس به دردی به ۲۰٪ (ماکزیمم باسج به ۱.۲۵) و زمان نشست باسج به سیستم $8/3$ ثانیه باشد.

از جدول شکل (۱۰-۱۲) برای اینده $M_p = 1.25$ سود باید نسبت میرایی نصف مؤثر تقریباً ۰.۴۵ سود همپور را بیاید $8/3 = \zeta_2 = 1.5 = \frac{4}{\zeta_1} = \frac{3}{\zeta_1}$ سود. با داشتن ζ_1 و ζ_2 می توان محل دلتاهای قطبهای مؤثر را بدست آورد که بسیار انجام عملیات خواهد داشت

$$\zeta_1 \zeta_2 = -\frac{3}{2} \pm j3 \quad (7-10)$$

ماتریس مکان ریشه ها که در شکل زیر رسم شده است، واضح است که با انتخاب بهره K می توان قطبهای مؤثر را در محل های مشخص شده قرار داد.



شکل (۷-۳) - محل ریشه های قطبها و صفرها و قطب مؤثر

موانعی که احتیاج به دور کردن قطبها از محور σ دارند و همراه قطبها راسته به سمت چپ محور σ می آید از صیران کنه پیش فاز استفاده کنیم. ترد کنید که هر چه قطبهای مؤثر از محور σ دورتر شوند، زمان نشست سیستم کوتاهتر شده و سرعت آن بیشتر خواهد شد. یا به عبارت دیگر بهای باید

سیستم حلقه سه مرکز فرهاد سید. در ادامه دربارهٔ فیلترهای استفاده از صبران کنده پیش فاز برای قرار دادن قطبهای مؤثر در $z = 3 \pm j3$ صحبت خواهیم کرد. برای این منظور فرض کنید

$$K(z) = k \frac{z+p}{z+p} \quad (7-11)$$

برای اینکه $z = 3 \pm j3$ یک قطب سیستم حلقه سه باشد، باید به شرط زایدی مکان ریشه‌ها و شرط اندازه

مکان ریشه‌ها در $z = 3 \pm j3$ برقرار باشد. در ابتدا شرط زاویه را می‌نویسیم. با مرادف شکل (7-2) داریم

$$\theta_z - \theta_p - 99.46 - 116.57 = 180 \quad (7-12)$$

پس از حل این رابطه برای $\theta_z - \theta_p$ خواهیم داشت

$$\theta_z - \theta_p = 36.03 \text{ (modula } 360) \quad (7-13)$$

(البته درست راست رابطه (7-12) می‌توان $180(2n+1)$ قرار داد و در نتیجه کلهایی دیگری

داده خواهد شد چون مداره $\theta_z - \theta_p$ را باید بگردانیم محاسبه کنید تا مقدار آن بین $180 -$

درجه تا 180 درجه باشد و در صورت لزوم باید مضارب 360 درجه را به جواب نهایی اضافه کرده

یا از آن کم کنید.) توجه کنید که در (7-12) برای محاسبه $\theta_z - \theta_p$ از شرط 180 درجه استفاده

کردیم چون می‌خواهیم صفر و قطب صبران کنده را به گونه‌ای پیدا کنیم تا برای $k > 0$ مکان ریشه‌ها

از نقطه $z = 3 \pm j3$ نگذرد.

پس از محاسبه $\theta_z - \theta_p$ کافی است که محل صفر را به دلخواه انتخاب کرده و سپس از استفاده

از (7-12) محل قطب صبران کنده را بدست آوریم. چگونه انتخاب محل صفر صبران کنده بسیار

مهم است چون (از صفر صبران کنده تا قطب سیستم حذف شود) این صفر خود را در تابع تبدیل از $z = 2$

شدن داده و بر روی پاسخ گذرای سیستم از فرهاد گذشت و همواره باید از صفر را روی

قطب‌های مؤثر در فرهاد است. در این مرفوع بیشتر در مثال بعد توجه خواهیم کرد. در این مثال می‌توان

محل صفر صبران کنده را روی قطب سیستم در $s = -1$ انتخاب کرد. به عبارت دیگر $z = 1$ و

$\theta_z = 99.46$ انتخاب می‌کنیم. ناچاریم در (7-13) مقدار θ_p را می‌توان مساوی 63.43 کنیم:

$$\theta_p = 63.43 \quad (7-14)$$

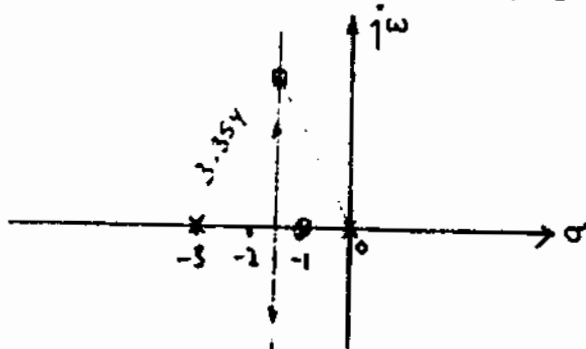
و با استفاده از شکل (7-3) دمی عملیات مثلثاتی خواهیم داشت

$$p = 3 \quad (7-15)$$

پس فرم صبران کنده صورت زیر خواهد بود.

$$K(s) = K \frac{s+1}{s+3} \quad (V-14)$$

مکان ریشه های سیستم حلقه بسته برای مقادیر مختلف بهره K با استفاده از جبران کنده (V-14) در شکل زیر رسم شده است.



شکل (V-14) - مکان ریشه ها با استفاده از $K(s) = K \frac{s+1}{s+3}$

برای معالجه مقدار بهره K را برقرار دادن قطبهای مؤثر در $3 \pm j\frac{3}{2}$ - مکانی است که از شرط اندازه استفاده کنیم. به عبارت دیگر باید داشته باشیم

$$\left| K \frac{s+1}{s+3} \cdot \frac{0.2}{s(s+1)} \right| = 1 \quad (V-17)$$

$$s = -\frac{3}{2} + 3j$$

با استفاده از شکل (V-14) می توان برای $|1 - \frac{3}{2} + 3j|$ و $|-\frac{3}{2} + 3j|$ در رابطه (V-17)

محلیزی نمود. پس از انجام این عمل داریم

$$K = \frac{(3.354)^2}{0.2} = 56.25 \quad (V-18)$$

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با استفاده از این جبران کنده بصورت زیر خواهد بود:

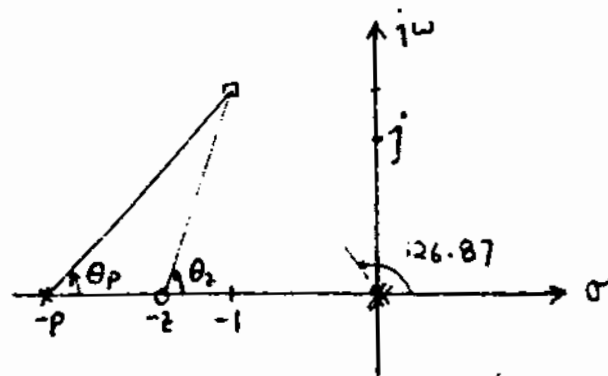
$$G(s) = \frac{11.25}{s^2 + 3s + 11.25} \quad (V-19)$$

این تابع تبدیل مشخصات خواسته شده را دارا می باشد. توجه کنید که قطب در $s = -1$ خود را در تابع تبدیل از دست می دهد و بر روی حالت گذرای این سیستم متناسب بر روی خروجی ظاهر نخواهد شد. البته در اینجا چون ضریب مورد قطب بین کنترل کنده و سیستم در دست پهنای باند انتقادی است، از نوا پایداری سیستم حلقه بسته مثلثای ایجاب نخواهد کرد.

مثال ۷-۳: سیستم شکل (۷-۶) را در فرکانس و صراحت لنگه $k(1)$ را بدین‌ای طراحی کنید تا زمان نشست تقریباً ۱ ثانیه و ماکزیم جهش تقریباً ۱۰٪ باشد. بار اعداد شکل (۱۰۱-۴) برای $M_p = 1.01$ نسبت میرایی قطب مؤثر تقریباً باید ۰.۶ باشد. علاوه بر این داشتن زمان نشست چهار ثانیه ای، ω_n نیز تقریباً باید ۱ باشد. پس از یک سری محاسبات ساده، ω_n با قطب مؤثر باید تقریباً $\frac{5}{3}$ بوده و $\omega_n^2 = 1 - \zeta^2 = 0.64$ با قطب مؤثر نیز $\frac{4}{3}$ باشد. پس محل دلتاهای قطب‌های مؤثر ضرورتاً در است:

$$s_1, s_2 = -1 \pm j\frac{4}{3} \quad (7-20)$$

راضح است که برای $K(1) = K(0) = 10$ ، قطب‌های سیستم حلقه بسته در روی محور s قرار گرفته و می‌توان قطب‌های مؤثر سیستم حلقه بسته را در محل‌های مشخص شده در (۷-۲۰) قرار داد. برای کسینون قطب‌های سیستم به سمت چپ محور s باید از یک صراحت کننده پیش‌ماز استفاده کنیم.



شکل (۷-۵) - محل قرارگیری قطب‌ها و صفرها

بار اعداد شکل (۷-۵) برای برآوردن شرط ۱۸۰ درجه باید دالتا بالیم

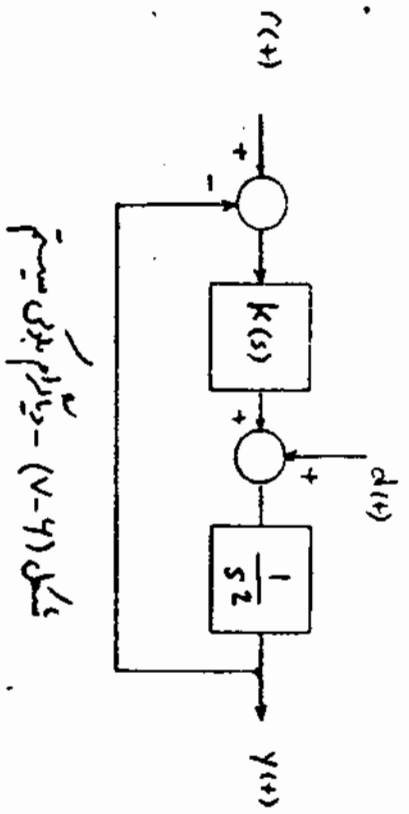
$$\theta_z - \theta_p - 126.87 - 126.87 = -180 \quad (7-21)$$

و یا معادلاً

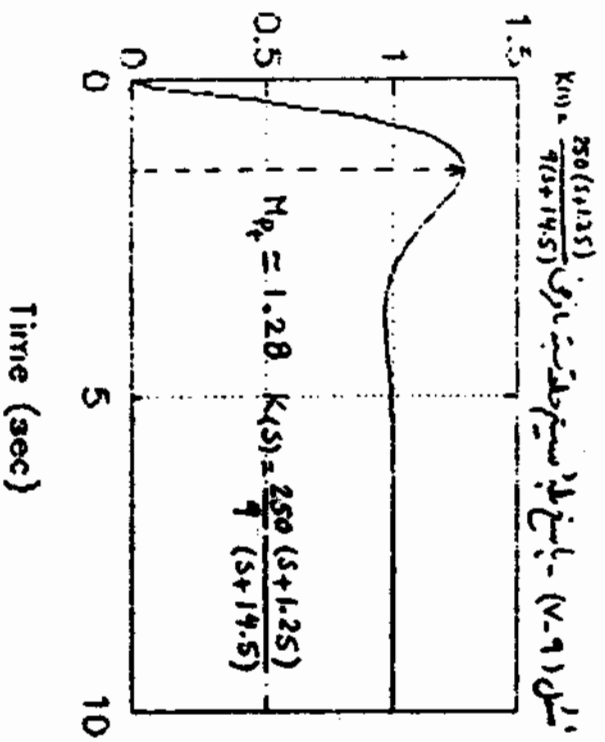
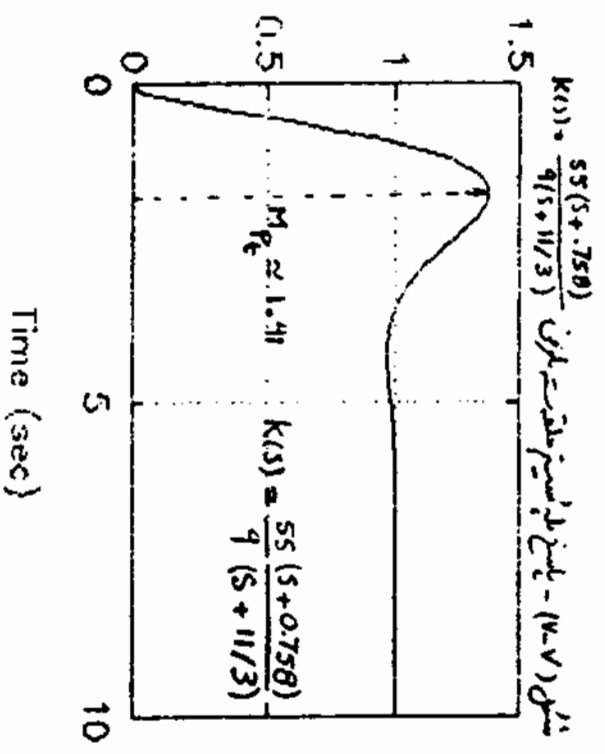
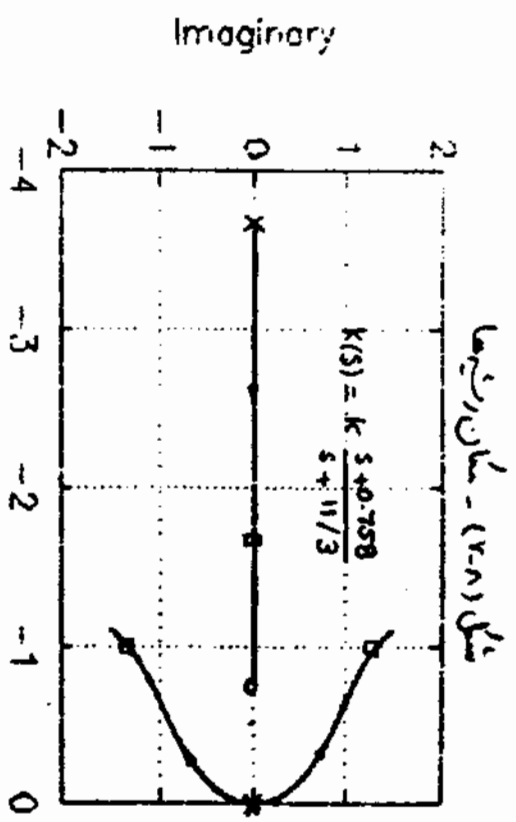
$$\theta_z - \theta_p = 73.74 \quad (7-22)$$

رای محاسبه محل صفر و قطب صراحت کننده در این مثال باید به نکات متعددی توجه کنیم. یکی از نکات مهم این است که نسبت p به ζ تا حد امکان باید کوچک نگاه داشته شود تا سافت کنترل کننده ساده‌تر

گردد. همچنین صفر صراحت کننده نباید ماکزیم جهش قطب مؤثر را بیش از حد افزایش دهد.



نکته - (۷-۶) - دیفرانسیل سیستم



$$\left| k \frac{s+0.758}{s+11/3} \cdot \frac{1}{s^2} \right|_{s=-1+j\frac{4}{3}} = 1 \quad (7-25)$$

در این انجام معادلات فراهم داشت:

$$k = 55/9 \quad (7-26)$$

و در نتیجه، ضرایب گسسته نهایی ضرورت

$$K(s) = \frac{55}{9} \frac{s+0.758}{s+11/3} \quad (7-27)$$

خواهد بود. تابع تبدیل سیستم حلقه بسته نیز ضرورت زیر است:

$$G_p(s) = \frac{55}{9} \frac{s+0.758}{(s+\frac{5}{3})(s+1 \pm j\frac{4}{3})} \quad (7-28)$$

محل قطبهای سیستم حلقه بسته در شکل (7-8) با علامت \circ مشخص شده است. پاسخ پله سیستم حلقه بسته نیز در شکل (7-7) رسم شده است. با توجه به شکل واضح است که ماژیم جیس از 40٪ نیز بیشتر است و این مقدار برایت بزرگتر از 10٪ مورد تقوای باشد. علت این تفاوت خاص وجود ضرایب گسسته پهنی مار در ردیفی قطب مؤثری باشد. توجه کنید که ضرایب سیستم حلقه باز و حلقه بسته باشد یکدیگر بوده و این ضرایب جیس قطب مؤثر را همانطورید در فصل ششم پیش بینی کرده بودیم. افزایش داده است. البته قطب سیستم حلقه بسته در $s/3 -$ اندازه کافی به محل ضرایب سیستم نزدیک نباشد تا بتواند اثر آن را روی پاسخ پله سیستم خنثی کند.

رای کا هکتا از ضرایب گسسته ورودی ماژیم جیس امید تا حد امکان این ضرایب را از محل قطبهای مؤثر دور کنیم. البته برای روار شدن رابطه (7-22) میتوانیم ξ را بیش از حد بزرگ انتخاب کرد. یک مقدار مناسب برای ξ ، 1.25 برآید. ما این انتخاب داریم:

$$\theta_z = 79.38 \quad (7-29)$$

و با جایگزینی در رابطه (7-22) فراهم داشت $\theta_p = 5.64$ و از روی θ_p میتوان محل قطب ضرایب گسسته را معالنه نمود. پس از انجام عملیات داریم:

$$p = 14.5 \quad (7-30)$$

رِس از اِهمال شرط اندازه

$$\left| k \frac{s+1.25}{s+14.5} \cdot \frac{1}{s^2} \right|_{s=1+j\frac{1}{3}} = 1 \quad (7-21)$$

خواهیم داشت:

$$k = 250/9 \quad (7-22)$$

و نهایتاً جریان کُنده پیش فاز مورد نیاز ضرورت زیر خواهد بود:

$$K(s) = \frac{250}{9} \frac{s+1.25}{s+14.5} \quad (7-23)$$

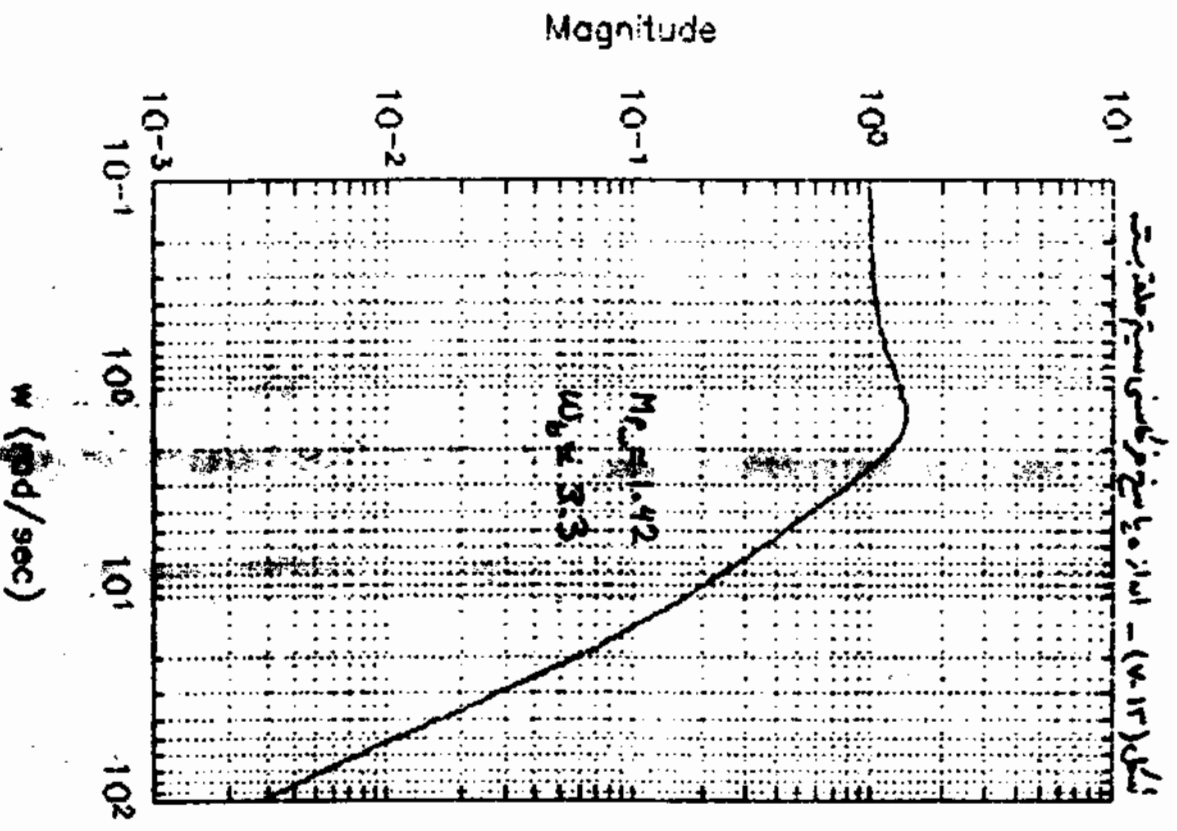
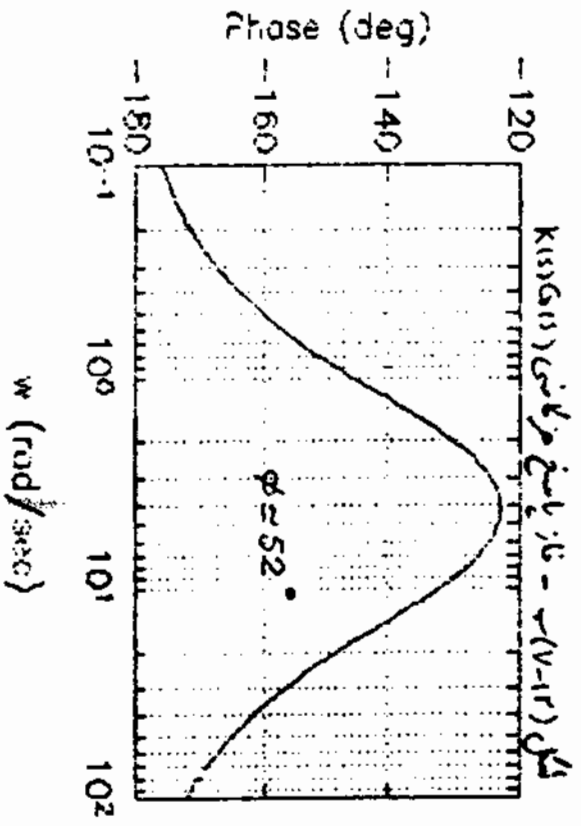
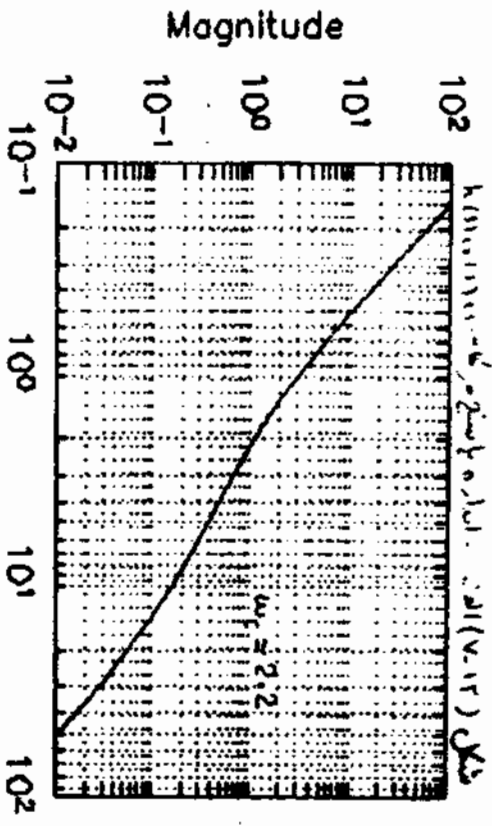
با استفاده از این جریان کُنده، تابع تبدیل سیستم حلقه بسته ضرورت زیر خواهد بود:

$$G_{sys}(s) = \frac{250 (s+1.25)}{9 (s+14.5) (s+1 \pm j\frac{1}{3})} \quad (7-24)$$

شکل ۴

باسف بله سیستم حلقه بسته در شکل (۷-۹) رسم شده است. با مقایسه (۷-۷) و (۷-۹) واضح است که ما کسین سیستم ضرورت کُنده به طرف سمت چپ محور سز، ما داریم چس باسف بله سیستم حلقه بسته کاهش یافته است. با توجه به این مثال واضح است که کمینه کردن نسبت p به z جریان کُنده پیش فاز لزوماً بهترین استراتژی نبوده و پارامترهای مهمتری باشد ما داریم چس باسف بله در طولانی انتخاب ضرورت قلب جریان کُنده پیش فاز دقت می‌مانند.

در این مثال بفرموی، در مین جریان کُنده پیشنهادی نیز شرایط طراحی را برآورده می‌کند چون ما داریم چس باسف بله سیستم حلقه بسته در این حالت 28٪ است و این از مقدار دلخواه 10٪ بیشتر است. البته علت این ما داریم چس بزرگ، نزدیک بودن هر جریان کُنده در قطب‌های مؤثر سیستم است. نکته جالب این است که مقدار ما داریم چس را می‌توان از روی باسف فرکانسی سیستم پیر پیش‌بینی نمود. برای این منظور باسف فرکانسی $G(s)K(s)$ (بهره حلقه) و سیستم حلقه بسته را ترتیب در شکل‌های (۷-۱۲) و (۷-۱۳) رسم کرده‌ایم. با استفاده از باسف فرکانسی سیستم حلقه بسته واضح است که فرکانس تقریباً 52 در ده د فرکانس شود. $\omega_{db} = 52$ نیز 2.2 rad/sec است. با استفاده از رابطه تقریب فرکانس دست‌یابی می‌توانیم که نسبت میرایی قطب مؤثر تقریباً 5.5 بوده و با استفاده از شکل (۷-۱۵) ما داریم چس باسف بله تقریباً 17٪ خواهد بود که البته این مقدار کمی از مقدار واقعی 28٪ فرکانس است. حال اگر به ده د فرکانس بسته حلقه بسته (را می‌توانیم



تولدیم، ماژیم مقدار پاسخ فرکانسی 1.42 می باشد و از به شکل (۴-۱۵) ارائه شود. در اینجا
 ماژیم جوش پاسخ به تقریباً ۱.27 خواهد بود که - مقدار واقعی ۰.۵۸ بسیار نزدیک است.
 ماژیم مقدار پاسخ فرکانسی و شکل (۴-۱۵) برای سازه که خواص و بود صفر در نزدیکی قطب مؤثر،
 نسبت میرایی قطب مؤثر به ۰.38 کاهش یافته است و این جوش زیاد به دردی بله را
 باعث شده است. (در اینجا دوباره مردی رابطه بسیار نزدیک H_p و H_p تولید می کنیم
 و این رابطه در مورد سیاه از سیخ ها برآورد می باشد و این مثال نیز نمایانگر این حقیقت است.)
 بگذاره با استفاده از شکل (۴-۱۸) مقدار $0.38 = \mu$ داریم $w_{t_2} = 9$ و چون $w_{t_1} = 2.2$
 می باشد پس همان نسبت تقریباً باید 4.1 باشد و این مقدار به مقدار واقعی که از شکل
 (۷-۹) اندازه گیری می شود بسیار نزدیک است.

حال برای آینه ماژیم جوش پاسخ بله را کاهش دهیم و همان نسبت میرایی قطب مؤثر را
 کمی نزدیکتر از مقدار مورد امتیاج انتخاب کنیم (به عنوان نمونه $\mu = 1/2$) و پس از دو جبران لنده
 پیش فاز سری رای قرار دادن قطبهای مؤثر در محل های تعیین شده استفاده کنیم. با این عمل
 می توان صفحهای جبران لنده را هر چه در درازتر از قطب های مؤثر سیستم قرار داد و از افزایش ماژیم
 جوش پاسخ بله سیستم حلقه سته جلوگیری کرد. جزئیات طراحی این جبران لنده را به عهده خواننده می گذاریم.
 در اینجا دوباره ذکر این نکته ضروری است که طراحی یک سیستم کنترلی از مراحل مختلف
 که تمامی شامل آزمون خطای نیز می شود تشکیل شده است و در اولی انتخاب کنترل لنده عمده تمام
 شرایط مطلوب طراحی برآورده می شود ولی با استفاده از روش های ژرداری شده در اینجا می توان
 سریعتر به کنترل نهایی دست یافت و تعداد آزمون های لازم را تا حد زیادی کاهش داد. ●

در ادامه این قسمت درباره خطای سیستمی استفاده از جبران لنده پس فاز در روش طراحی مکان ریها
 صحبت خواهیم کرد. همانطور که در قسمت (۳-۵) ذکر شد، از جبران لنده پس فاز به تقریباً همانند
 استرال لیر عمل می کند در افزایش نزدیک خطا و در نتیجه کاهش خطای ماندگار سیستم استفاده می کنیم.
 در اینجا هم می خواهیم کرد که با استفاده از یک جبران لنده مناسب (مانند جبران لنده پس فاز) قطبهای
 مؤثر سیستم حلقه سته را در محل مناسب قرار داده ایم و می خواهیم با استفاده از یک جبران لنده پس فاز
 در داخل حلقه کنترلی افزایش خطای سیستم را افزایش دهیم و در همین حال تغییر معده سی نیز در محل قطب های

مؤثر سیستم حلقه بسته ایجاد نکنیم. برای این منظور فرض کنیم که با استفاده از صراحت کننده $k_1(s)$ قطب مؤثر سیستم حلقه بسته را در $s = s_0$ قرار داده ایم. به عبارت دیگر

$$1 + G(s_0) k_1(s_0) = 0 \quad (7-35)$$

رای برقرار بودن رابطه (7-35) شرط اندازه در راوی باید برقرار باشد. یعنی

$$|G(s_0) k_1(s_0)| = 1 \quad (7-36)$$

$$\angle G(s_0) k_1(s_0) = \pi \quad (7-37)$$

حال اگر $s = p$ در صراحت کننده

$$\bar{k}(s) = \frac{s + z}{s + p} \quad (7-38)$$

نگاه این انتخاب نمودیم و البته باید

$$|\bar{k}(s_0)| = 1 \quad (7-39)$$

$$\angle \bar{k}(s_0) = 0$$

آنگاه به تئوری مقدار مقصود سیستم حلقه بسته با استفاده از صراحت کننده $\bar{k}(s)$ نیز خواهیم رسید چون داریم

$$|G(s_0) k_1(s_0) \bar{k}(s_0)| = |G(s_0) k_1(s_0)| |\bar{k}(s_0)| = 1 \quad (7-40)$$

$$\angle G(s_0) k_1(s_0) \bar{k}(s_0) = \angle G(s_0) k_1(s_0) + \angle \bar{k}(s_0) = \pi$$

همینطور فرض کنید که فریب خطای سرعت (k_v) با استفاده از صراحت کننده $k_1(s)$ مقدار محدود و نیز k_v^{old} را داشته باشد، یعنی

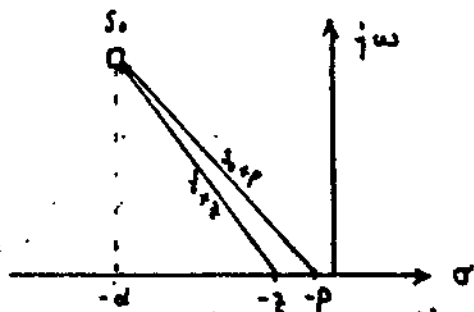
$$k_v^{old} = \lim_{s \rightarrow 0} s k_1(s) G(s) \quad (7-41)$$

سپس اعداد کردن $\bar{k}(s)$ در حلقه بسته می خواهیم داشت

$$k_v^{new} = \lim_{s \rightarrow 0} s \bar{k}(s) k_1(s) G(s) = \frac{z}{p} k_v^{old} \quad (7-42)$$

و مشاهده می شود که با انتخاب مناسب z/p می توان فریب خطای سرعت را افزایش داد و در صورت برقرار بودن (7-39)، اصل قطب مؤثر s_0 نیز با وجود $\bar{k}(s)$ تغییر میدان نخواهد کرد. در ادامه نشان خواهیم داد که می توان z/p را بزرگتر از 1 انتخاب کرد تا (7-39) برقرار بوده و نسبت z/p نیز مقدار قابل توجهی داشته باشد.

رای این منظور شکل (7-14) را در نظر بگیرید. حال اگر مقدار z/p به عدد z/p یا بیشتر باشد، آنگاه برای تمام مقادیر p ، $0 < p < z$ ، رابطه (7-39) برقرار بوده و نسبت z/p نیز بزرگتر از 1



شکل (۷-۱۴) - محل قرارگیری صفر و قطب جبران کننده پس مانده نسبت به قطب مؤثر

خواهد بود و نتیجه مطلوب به دست آمده است. البته همواره باید محل قطب های سیستم حلقه بسته را در اسهام محاسبه کرد و مطمئن شد که قطب مؤثر، مؤثر باقی مانده است. توجه شود که قطب جبران کننده پس مانده که در نزدیکی محور صاف قرار دارد، پس از بستن حلقه پس خود به نزدیکی مغز جبران کننده پس مانده رفته و چون سرعت پس خود تغییر مکان می دهد، از قطب حلقه بسته را که در نزدیکی محور صاف قرار دارد تقریباً خنثی خواهد کرد و این قطب کند خود را در فرقی آنچنان نمایش نخواهد داد. در ادامه به ذکر یک مثال فزاینده پرداخته می شود.

مثال ۷-۲: مثال (۷-۱) را دوباره در نظر بگیرید و فرض کنید علاوه بر مقدار ۰.۹۵ برای

نسبت میرایی قطب مؤثر، حداقل مقدار مطلوب برای ضریب خطای سرپی (K_v) نیز ۱۰ باشد. در مثال (۷-۱) نشان دادیم که جبران کننده

$$k(s) = 6.25 \quad (7-42)$$

قطب های مؤثر را در $z = -\frac{1}{2} \pm j$ قرار داده نسبت میرایی قطب مؤثر مقدار مطلوب ۰.۴۵ خواهد بود. با استفاده از این فرآیند جبران کننده داریم

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s |G(s)| = 6.25 \frac{0.2}{s(s+1)} = 1.25 \quad (7-43)$$

و این از مقدار دلخواه برآید کمتر است. برای افزایش مقدار K_v به مقدار دلخواه کافی است که نسبت صفر به قطب جبران کننده را از رابطه زیر بدست آوریم

$$\frac{z}{p} = \frac{K_v^{new}}{K_v^{old}} = \frac{10}{1.25} = 8 \quad (7-44)$$

با توجه به اینکه میرایی قطب مرکز (α) 1/2 است. پس محورهای کشنده را در 1/2 - (α = 1/10) انتخاب می‌کنیم. البته هر دو محور همان کشنده - محور 33 ردیفه باشد از آن رو روی تغییر مکان قطب مرکز کشنده خواهد بود.

دومی باشد خواهد شد که یک مورد بسیار کند هر چند که مقدار ثابتی خود را در درونی نشان دهد و بهتر است که محور همان کشنده پس ما را جلی نزدیک - محور 33 انتخاب کنیم (است 1/2 را بیش از حد بزرگ انتخاب نکنیم. توضیحات سخته در مورد این مطلب در قسمت (3-15) آمده است.

با انتخاب محور همان کشنده در راستی است صورتی که همان کشنده است پس می‌توان محل قطب محور کشنده را بدست آورد و پس از انجام عملیات خواهیم داشت $p = \frac{1}{160}$ و همان کشنده چهارمین در مطلوب صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}
 K_{(1)} &= \bar{K}_{(1)} K_{(1)} = \frac{s + 1/20}{s + 1/160} \times 6.25 \\
 &= 6.25 \frac{s + 1/20}{s + 1/160} \quad (7-47)
 \end{aligned}$$

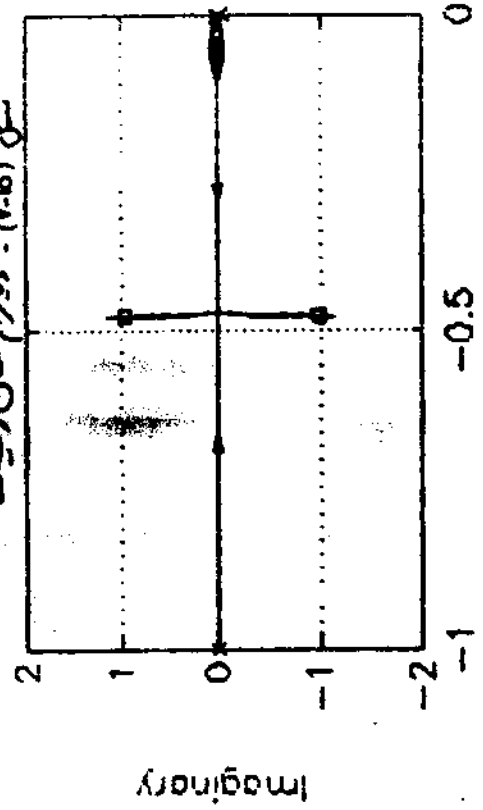
مکان ریشه‌ها با معادله منحنی سیستم حلقه بسته با استفاده از همان کشنده $k \frac{s + 1/20}{s + 1/160}$ برای مقادیر مختلف بهره k در شکل (7-15) رسم شده است. محل قطب‌های سیستم حلقه بسته برای $k = 6.25$ با h در شکل منحنی کشنده است. توجه کنید که قطب نزدیک - محور 33 با محور سیستم حلقه بسته (که همان محور همان کشنده است) نزدیک است و از آن رو در درونی فقط به مقدار ناچیزی ظاهر خواهد شد.

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با استفاده از همان کشنده (7-47) صورت زیر می‌باشد:

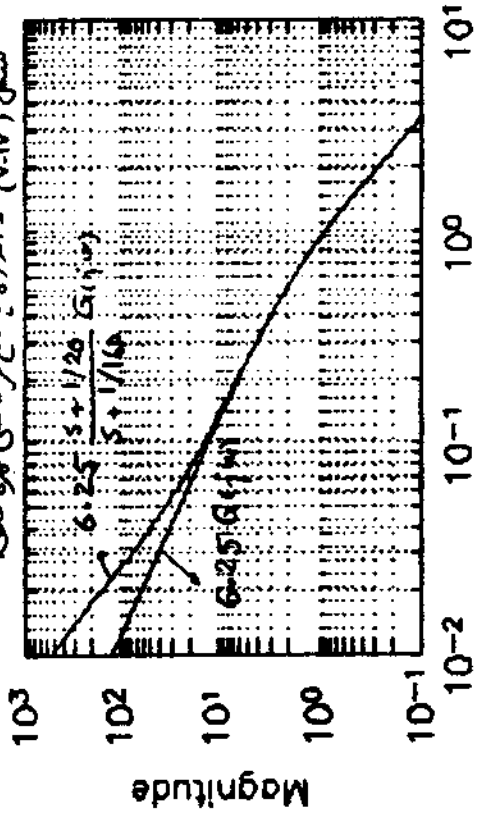
$$G_{(7)} = \frac{1.25(s + 1/20)}{(s + 0.0518)(s + 0.4772 \pm j0.9895)} \quad (7-47)$$

و پاسخ به آن نیز در شکل (7-16) رسم شده است. همانطور که از شکل واضح است، همان کشنده پس فاز تأثیر ناچیزی بر روی حالت گذرانی پاسخ به کشنده است و همانطور که انتظار داریم قطب‌های مؤثر سیستم حلقه بسته را بسیار کم تغییر داده است. البته فریب خطای سرعت منت را از کشنده است و در نتیجه خطای ماندگار به درونی یک - 1/8 مقدار قبل از استفاده از همان کشنده پس فاز تقبل یافته است.

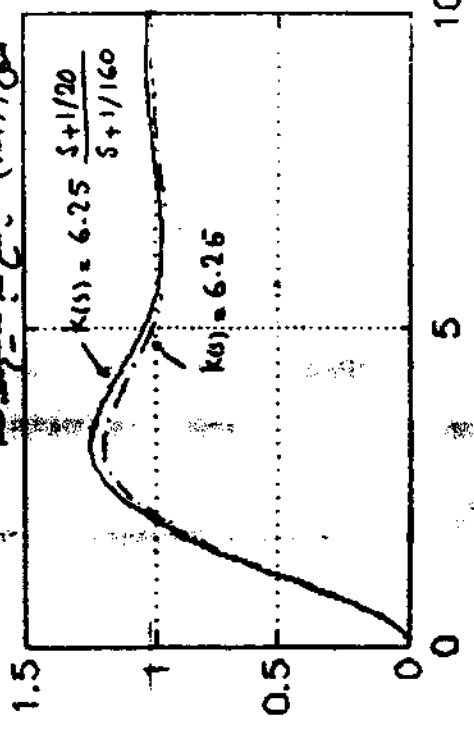
شکل (۷-۱۵) - دیکرام مکان و پیوسته



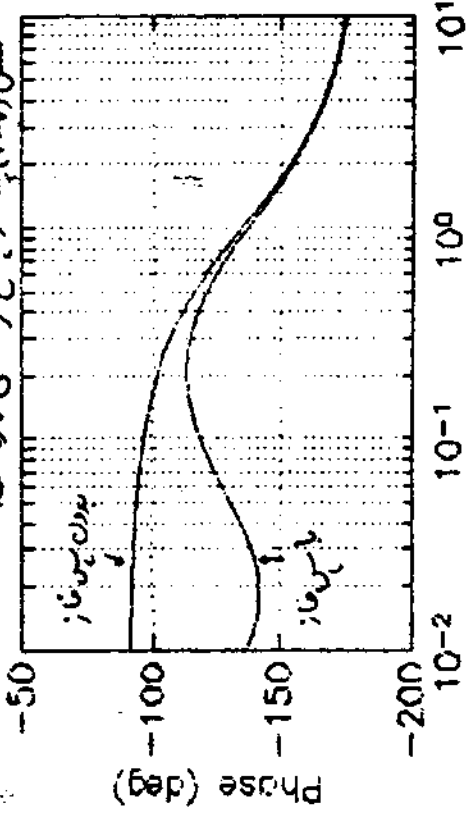
شکل (۷-۱۷) - اندازه پاسخ فرکانسی هم‌سطح



شکل (۷-۱۶) - پاسخ به سیگنال پله



شکل (۷-۱۸) - فاز پاسخ فرکانسی هم‌سطح



علاوه بر فرکانس 6.25 GHz و 6.19 GHz را به در شکل (۷-۱۷) رسم کرده ایم. توجه کنید که
 همان‌گونه که پس از فرکانس 6.25 GHz را تغییر داده است (0.9 rad/sec) و حد بار را نیز به مقدار کمی
 کاهش داده است و به این دلیل پاسخ پهنای باند فرکانس 6.25 GHz را برای ماکسیمم جیتی کمی در کمتر
 (شکل (۷-۱۲)) است. حالت بدون فرکانس 6.25 GHz را می‌تواند. البته این پدیده را در هنگام
 استفاده از روش‌های طراحی در حوزه فرکانس پیرامون مشاهده کرده بودید. توجه کنید که همان‌گونه که فرکانس 6.25 GHz را
 اشاره بهره حلقه را در فرکانس‌های پایین افزایش داده است و به این دلیل ضریب حلقه افزایش یافته
 و فضای ساند گار در دسبال کردن ورودی ضریب کاهش یافته است.

۷-۲ - خلاصه

در این فصل درباره استفاده از روش مکن ریسه‌ها در طراحی کنترل کننده‌ها به تفصیل صحبت کردیم.
 با استفاده از مطالب این فصل واضح است که روش طراحی بر اساس مکن ریسه‌ها همانند روش طراحی
 در حوزه فرکانس از کارایی بسیار بالایی برخوردار است و یک طراحی خوب باید به هر دو روش تسلط داشته
 باشد. البته هر یک از این دو روش طراحی مزایا و معایب خود را دارا است و در حقیقت مکمل یکدیگر
 بوده و در کنار یکدیگر می‌توانند برای طراحی به کار آیند.

البته مزیت مهم طراحی در حوزه فرکانس، قابلیت آن برای در نظر گرفتن خطاهای مدل‌سازی می‌باشد.
 توجه کنید که پاسخ فرکانس دو سیستم مکن است بسیار نزدیک یکدیگر باشند ولی معادله دیفرانسیل بیان‌کننده
 رابطه بین ورودی و خروجی آنها ممکن است با یکدیگر کاملاً متفاوت باشد و در نتیجه مغز نقطه‌های آنها
 نیز با یکدیگر متفاوت خواهد بود.

علاوه بر روش طراحی در حوزه فرکانس، با تغییراتی مناسب می‌توان به سیستم‌های چند متغیره
 (چند ورودی - چند خروجی) به هم داد [۹] ولی استفاده از روش مکن ریسه‌ها برای سیستم‌های
 چند متغیره با مشکلات عدیده‌ای روبرو است. با این اوصاف روش مکن ریسه‌ها برای سیستم‌های
 چند ورودی - تک خروجی کارایی بالایی داشته و با استفاده از آن می‌توان بسیاری از پارامترهای
 مختلف را در روی قطب‌های سیستم حلقه بسته بررسی نمود. در حقیقت در فصل بعد با استفاده از این
 روش سولات بسیار کلی و متعددی را پاسخ داده و هر چه بیشتر به کارایی این روش به هم پیوسته بود.

فصل ۵

نگاهی چند درباره کنترل کننده‌ها

در این فصل درباره کنترل کننده‌های پی-آی-دی (PID) به تفصیل صحبت کرده و جلوه‌های استفاده از آنها را در طراحی سیستم‌های کنترلی حلقه بسته به نمایش خواهیم گذاشت. این نوع کنترل کننده‌ها امروزه محدودیت‌هایی که دارند در صنعت به‌طور مورد استفاده قرار می‌گیرد و از لحاظ کاربردی دارای اهمیت زیادی می‌باشند. سپس به فواید مهم درباره کنترل کننده‌ها اشاره کرده و خواهیم دید که در حالت کلی برای پایداری سازی سیستم حلقه بسته احتیاج به یک کنترل کننده دنیا یکی داریم. علاوه بر بعضی موارد می‌توان با استفاده از ضرایب کنده‌ای که فواید پایداری باشد، سیستم حلقه بسته را پایدار نمود و نهایتاً مهمی در این باره ذکر خواهیم کرد. در اینجا نیز درباره سیستم‌های کنده‌ای کلی‌تر که دارای سبدها و اندام بوده صحبت کرده و رابطه آنها را با سیستم‌های بررسی شده در اینجا خواهیم نمود.

۸-۱ - کنترل کننده‌های پی-آی-دی

در فرآیندهای صنعتی (خصوصاً فرآیندهای شیمیایی) بوفور از کنترل کننده‌هایی که به نام پی-آی-دی (Proportional - Integral - Derivative, PID) مشهور می‌باشند استفاده می‌شود و به علت کمبودن دنیا یک اکثر این فرآیندها کارایی بسیار خوبی نیز از خود نشان می‌دهند. این کنترل کننده‌ها بر روی سیگنال خطا، تقاضای بین مقدار دلخواه زوجی و زوجی اندازه‌گیری شده، عمل کرده و ورودی اعمال شده به سیستم را معالجه می‌کنند و تابع تبدیل ساده شده آنها بصورت زیر است (شکل ۸-۱):

$$K(s) = K_c + \frac{K_i}{T_i s} + K_d T_d s \quad (۸-۱)$$

ضرایب K_c و T_d و T_i نیز کمیت‌های متغیر کنترل کننده می‌باشند که بر اساس رفتار سیستم مورد نیاز باید نمونه‌ای انتخاب شوند تا سیستم حلقه بسته رفتار مطلوبی را داشته باشد.



در حالت کلی یک کنترل کننده پی-آی-دی از سه جزء k_c ، $\frac{k_i}{T_i}$ و $k_d T_d$ تشکیل شده است. سیزدهم آن که خودی این متناسب با ورودی اعمال شده به آن تولید می کند، جزء متناسب (Proportional term) گفته می شود و آنرا با P نمایش می دهند. خودی جزء دوم متناسب با انتگرال ورودی است و این دلیل به آن جزء انتگرالی (Integral term) گفته می شود و آنرا با I نمایش می دهند. خودی جزء سوم نیز متناسب با مشتق سیگنال ورودی است و به آن جزء مشتق (Derivative term) گفته می شود و آنرا با D نمایش می دهند.

توجه کنید که رتبه اندازه یاسخ فرکانسی $k_c T_d s$ از نظر فیزیکی قابل سافت نیست چون هیچ مداری نمی تواند فرکانسهای بسیار بالا را تقویت کرده و اندازه یاسخ فرکانسی آن در این فرکانسها سیب مت داشته باشد. یک مشتق واقعی حتما در فرکانسهای بالا بهره محدودی داشته و حتی اندازه یاسخ فرکانسی آن باید در این فرکانسها سریع به گاهی کرده و سیب متنی داشته باشد. این دلیل یک مدل واقعی تر برای جزء مشتق کنترل کننده پی-آی-دی اهمیت است.

$$\frac{k_c T_d s}{T_d s + 1} \quad (A-2)$$

این مدار می تواند یک مشتق لیر ایده آل برده که خودی آن توسط یک فیلتر پایین گذر تا بهضای $\frac{N}{T_d}$ پردازش شده است. عموماً در کنترل کننده های پی-آی-دی تجاری مقدار N توسط شرکت سازنده، عددی بین 3 تا 10 انتخاب می شود و استفاده کننده می تواند آنرا تغییر دهد [2]. در کنترل کننده های پی-آی-دی به نسبت k_c عموماً ضریب متناسب (gain)

(Proportional) اتفاق می افتد. البته بعضی از سازندگان کیفیت به نام محدود متناسب (Proportional band) صورت $PB \approx 100/k_c$ تعریف می کند و استفاده کننده می تواند مقدار PB را انتخاب نماید. عموماً مقدار PB از 1 برتر بوده و از 500 نیز کوچکتر است. ضریب T_i ثابت زمان انتگرالی (Integral time constant)، زمان تکرار (Reset time) یا دقیقه برای هر تکرار (Minutes per repeat) گفته شده و عموماً بر حسب دقیقه (واحد زمان) بیان می شود. عموماً T_i مقوله ای بین 0.1 دقیقه تا 50 دقیقه اختیار می کند. توجه کنید اگر سیگنال خطا $(e(t))$ مقداری ثابت را با e داشته باشد، آنگاه خودی جزء انتگرالی لیر سی از آن است T_i دقیقه برابر $k_c e$ شده و این مقدار برابر خودی متناسب است که

محدود کننده و در صورتی که در دسترس نباشد می توان از روش دیگری استفاده کرد.

Reset windup یا Integrator saturation) گفته می شود و یکی از راه های حل آن استفاده از جزء انتگرال غیر فعال در شرایطی است که خطا (وردی کنترل کننده) به اندازه کافی کوچک باشد. عملاً برای جلوگیری از اشباع انتگرال غیر فعال در سیستم های عملی تا باید درجه های انتقال می باشد [۲].

اگر در (۸-۱) جزء انتگرال غیر فعال نباشد، $\frac{1}{T_i} = 0$ ، آنگاه به کنترل کننده حاصله کنترل کننده پی دی (Proportional plus derivative) یا تناسب- مشتق غیر گفته می شود. ما جایگزینی (۸-۲) برای جزء مشتق غیر در (۸-۱) و انتخاب $\frac{1}{T_i} = 0$ ، تابع تبدیل کنترل کننده پی دی به صورت زیر خواهد بود:

$$K(s) = K_c \frac{T_D(1 + \frac{1}{T_i}s) + 1}{T_N s + 1} \quad (8-4)$$

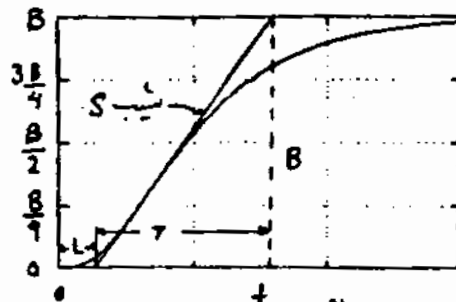
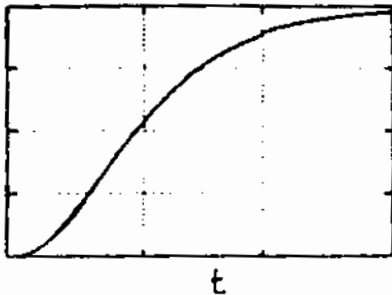
توجه کنید بین T_N برابر از T_D بزرگتر می باشد. پس قطب جبران کننده پی دی برابر از صفر آن است. به محض دو در نظر قرار داشته و این جبران کننده مانند یک جبران کننده پیش فاز (قسمت (۸-۲)) عمل می کند. با استفاده از این جبران کننده می توان حد باز سیستم را افزایش داده و در نهایت پاسخ پله سیستم حلقه بسته را کاهش داد.

اگر هر سوز کنترل کننده (۸-۱) موجود باشد، آنگاه کنترل کننده حاصل هم فراموش جبران کننده پی دی را داشته و هم فراموش جبران کننده پی دی را و در حقیقت مانند یک جبران کننده پی دی - پیش فاز (قسمت (۸-۲)) عمل خواهد کرد و با استفاده از آن می توان خطای ماندگار برای ورودی پله را از بین برد و در همین حال در سیستم پاسخ پله سیستم را کاهش داد، و سرعت پاسخ سیستم حلقه بسته را نیز افزایش داد.

حال که ما جبران کننده های پی دی - آی - آی - آی شده ایم. در ادامه درباره عملکرد سیستم کنترل کننده را انتخاب فریب پارامتر T_D صحبت خواهیم کرد. عملاً در روش مقادیر برای انتخاب این فریب وجود دارد. در روش اول که به نام کهن (Cohen - Coon) معروف است، در ابتدا ورودی پله ای به سیستم حلقه باز اعمال شده و پاسخ آن اندازه گیری می شود. سپس تابع تبدیل تقریبی برای سیستم معالجه کرده و فریب پارامتر T_D و کنترل کننده را بر اساس تابع تبدیل معالجه می کنند. اصول کار این روش بر این فرض استوار است که پاسخ پله بسیار از فرآیندهای صنعتی فوق میرا بوده و به صورت شکل (۸-۲)

- ۱- عملاً از این نوع کنترل کننده در فرآیندهای صنعتی استفاده نمی شود.
- ۲- Overdamped

درجه
اندازه گیری شده



شکل (۱-۳) - نمودار حاسته در اندازه گیری پاسخ به شکل (۱-۲) - نمونه ای از پاسخ بسیاری از فرآیندهای صنعتی می باشد و تابع تبدیل آنها را می توان با یک تأخیر و یک سیستم درجه اول به صورت زیر تقریب زد:

$$G(s) = \frac{ke^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (۱-۵)$$

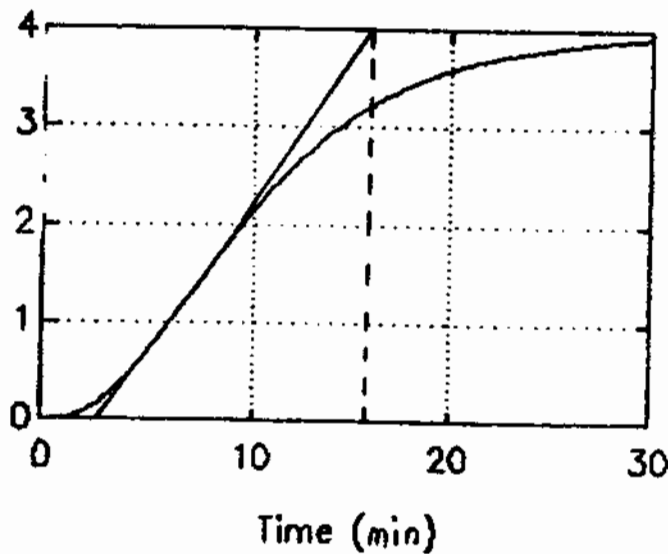
در اینجا L زمان تأخیر پاسخ به k بهره مستقیم سیستم و T نیز ثابت زمانی پاسخ آن می باشد. اگر اندازه گیری انجام شده در A بوده و مقدار استاندارد پاسخ به سیستم نیز B باشد، آنگاه $k = \frac{B}{A}$ انتخاب می شود. برای محاسبه زمان تأخیر، در نقطه وسط پاسخ به (نقطه ای که در آن نیمی از پاسخ به سیستم است) خطی با شیب برابر با شیب ماکزیمم پاسخ به (S) رسم می کنیم. سپس نقطه تلاقی این خط با محور زمان را بدست آورده و عامله این نقطه تا سید زمان را، همانگونه که در شکل (۱-۳) نشان داده شده، تعیین می کنیم تا تأخیر L در نظر خواهیم گرفت. در قدم بعد T را بدینوسیله انتخاب می کنیم تا شیب پاسخ به (۱-۵) در $t = L$ برابر S شود. توجه کنید که اگر اندازه گیری در A باشد، آنگاه شیب پاسخ به (۱-۵) در $t = L$ برابر $\frac{AK}{T}$ خواهد شد و در نتیجه $\frac{B}{S} = T$ انتخاب خواهیم کرد. پس از محاسبه k و L و T با مراجعه به جدول (۱-۱) مقادیر ضرایب کنترل کننده های مناسب پی-آی-دی و پی-آی-دی رایج برای بدست آوردن [۱۲].

نوع کنترل کننده	k_c	T_I	T_D
متناسب	$\frac{T}{KL} (1 + \frac{L}{3T})$	-	-
پی-آی	$\frac{T}{KL} (0.9 + \frac{L}{12T})$	$L \frac{30 + 3L/T}{9 + 20L/T}$	-
پی-آی-دی	$\frac{T}{KL} (\frac{4}{3} + \frac{L}{4T})$	$L \frac{32 + 6L/T}{13 + 8L/T}$	$L \frac{4}{11 + 2L/T}$

جدول (۱-۱) - ضرایب کنترل کننده پی-آی-دی و پی-آی-دی

تبدیلیه که در این جدول (۸-۱) بر اساس این فرض که مثل (۸-۵) دارای خطای کمی در ترتیب پاسخ بله سیستم حلقه باز می باشد پس از هزینه سازی معیارها، مقف محاسبه شده و از ترتیب (۸-۵) برقرار است. زیرا بهینه‌ترین زمان کار این فرضی نوشته و فقط باید از آنها به عنوان یک فرض اولیه استفاده کرد. در این کار در سیستم، ضرایب را بتوانیم تغییر داد تا پاسخ مطلوب حاصل شود. برای تعیین بهتر این روش در ادامه به در یک مثال فزاینده پرداخت.

مثال ۸-۱: فرض کنید که پس از اتمام بله داده به یک سیستم حلقه باز و اندازه گیری حردی آن، پاسخی صورت شکل (۸-۴) حاصل شده باشد.



شکل (۸-۴) - پاسخ بله داده اندازه گیری شده

(الف) پاسخ رسم شده در شکل (۸-۴) در واقعیت پاسخ بله سیستم را است:

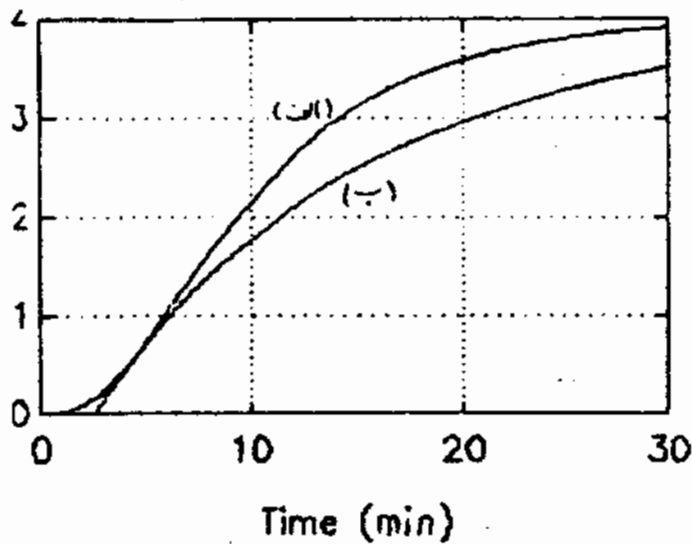
$$G(s) = \frac{1/9}{(s+1/2)(s+1/3)(s+1/6)} \quad (۸-۶)$$

وی ترده کنید که در روش کهن احتیاجی به دانستن تابع تبدیل دقیق نیستند. ما با استفاده از روشی که قبلاً ذکر کردیم می توان ضرایب k ، L و r را از روی شکل (۸-۴) محاسبه کرد. پس از انجام محاسبات داریم $L=2.5$ ، $k=4$ و $r=13$. (توجه کنید که در اینجا واحد زمان بر حسب دقیقه انتخاب شده است، مثل قطبهای (۸-۶) با این فرض محاسبه شده اند). پس تابع تبدیل تقریبی

سیستم صورت

$$G(t) = \frac{4 e^{-2.5t}}{135 + 1} \quad (A-2)$$

است. ران مایش دقت تقریباً پاسخ بله (A-2) و پاسخ بله اندازه گیری شده سیستم واقعی در شکل (A-5) رسم شده اند. دقت تقریب در راههای اولیه خوب است ولی پس از آن خطای بیشتری شود.



شکل (A-5) الف - پاسخ بله اندازه گیری شده

ب - پاسخ بله سیستم تقریبی (A-2)

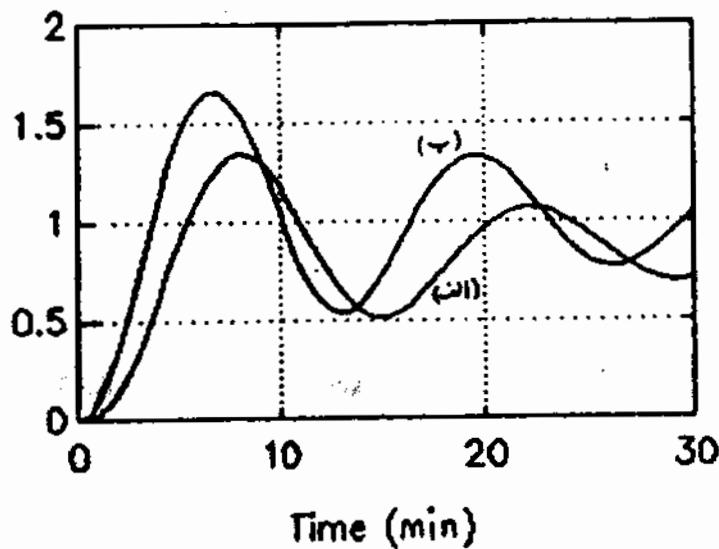
با استفاده از مدل تقریبی (A-2) ضرایب کنترل کننده با استفاده از روش کهن در جدول (A-2) آمده است.

نوع کنترل کننده	k_c	T_z	T_D
متناسب	1.38	-	-
پی-آی	1.19	5.95	-
پی-آی-دی	1.80	5.70	0.88

جدول (A-2) - ضرایب محاسبه شده برای کنترل کننده مثال (A-1) بر اساس روش کهن

توجه کنید که در روش کهن، بهره k_c کنترل کننده پی-آی از بهره k_c کنترل کننده متناسب کمیته است چون بخاطر فارسی انداز گیری، بهره کمی کاهش داده شده تا از نوسان بیش از حد پاسخ سیستم حلقه بسته (در کاهش مدفاز آن) جلوگیری شود.

پس پاسخ بله سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده های متناسب، پی-آی-دی که ضرایب آنها در جدول (A-2) آمده در شکل (A-2) رسم شده اند. سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده پی-آی



شکل (۸-۶) - پاسخ پدیده سیتم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده انتناسب (ب) پی-آی-دی و نامیادار است در این مدت پاسخ پدیده آن رسم شده است. توجه کنید که سیتم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده تناسب عطالی مانند کار دارد چون در درون بهره حلقه کنترل تیر وجود ندارد. البته کنترل کننده پی-آی-دی این شکل را عمل نموده است ولی پاسخ کمی بیش از حد نوسانی است و در تنظیم نهایی ضرایب کنترل کننده آنها را باید کمی تغییر داد تا پاسخ مطلوب حاصل شود و از ضرایب جدول (۸-۲) فقط باید به عنوان یک حدس اولیه قابل قبول استفاده کرد.

در روش دوم تنظیم کنترل کننده پی-آی-دی، ضرایب T_D و $1/T_I$ را بر اساس قرار داده و حلقه پس خور را در سیتم و کنترل کننده می بینیم و بهره K_c را آنقدر افزایش می دهیم تا سیتم حلقه بسته به مرز پایداری و نامیاداری رسیده و شروع به نوسان بکند. مقدار بهره K_c را در این حالت K_{max} خواهیم نامید. سپس پرورد نوسانات خردی را اندازه گیری کرده و آنرا T_0 می نامیم. عمده T_0 بر حسب دقیقه بیان می شود. پس از معادله K_{max} و T_0 با مراجعه به جدول (۸-۳) مقادیر ضرایب کنترل کننده های متناسب پی-آی-دی و پی-آی-دی را می توان بدست آورد. در این روش تنظیم کنترل کننده عمده روش ریچر-یکولز گفته می شود [۱۱]. در اینجا نیز ضرایب جدول (۸-۳) حدس اولیه مناسبی برای کنترل کننده می باشند و در واقعیت باید این ضرایب را در سیتم حلقه بسته واقعی بگونه ای تنظیم کرد تا رفتار مطلوب برای سیتم حلقه بسته حاصل شود.

نوع کنترل کننده	K_c	T_I	T_D
متناسب	$k_{max}/2$	-	-
پی-آی	$k_{max}/2.2$	$T_0/1.2$	-
پی-آی-دی	$k_{max}/1.7$	$T_0/2$	$T_0/8$

جدول (۸-۴) - ضرایب کنترل کننده پی-آی-دی در روش زیگلر-نیکلز

انتخاب $K_c = 0.5K_{max}$ در کنترل کننده متناسب، درصیقت یک بهره ۲ برای سیستم کنترلی تعیین می شود. در کنترل کننده پی-آی در دو اثراتی مازمنه اثرات ورود از آن در کاهش مدافز سیستم، بهره K_c به مقدار کمی کاهش داده شده است در حالیکه در جبران کننده پی-آی-دی با افزودن جزء پی پی فاز بهره K_c را کمی بزرگتر از $0.5K_{max}$ انتخاب می کنیم.

مثال ۸-۲: سیستم مثال (۸-۱) را در اینجا دوباره در نظر بگیرید

$$G(s) = \frac{1/9}{(s+1/2)(s+1/3)(s+1/6)} \quad (8-7)$$

و با استفاده از روش زیگلر-نیکلز ضرایب کنترل کننده پی-آی-دی را برای آن محاسبه کنید و سپس پاسخ سیستم حلقه بسته را با نتایج بدست آمده در مثال (۸-۱) مقایسه کنید.

در این مثال با فرم مشخص بودن $G(s)$ بصورت تجزیه می توان k_{max} و T_0 را محاسبه کرد. البته

برای سادگی و راحتی $G(s)$ مجرد نموده k_{max} و T_0 را باید از طریق آزمایش بدست آورد.

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با فرم $K(s) = K_c$ بصورت زیر است:

$$s^3 + s^2 + \frac{11}{36}s + \frac{1}{36} + \frac{K_c}{9} = 0 \quad (8-8)$$

جدول راژت این سیستم در جدول (۸-۴) آمده است. برای اینکه سیستم همراهِ پایداری و

ثبات پایداری رسید باید بعضی از ضرایب (۸-۸) بر روی محور سَم قرار داده شود. برای این منظور

مسطری را در جدول راژت برابر منفر قرار داده و در آنجا معادله کلمی مربوطه نمایانگر قطبهای

سیستم حلقه بسته بر روی محور سَم خواهد بود.

s^3	1	11/36
s^2	1	1/36 + $k_c/9$
s^1	10/36 - $k_c/9$	
s^0	1/36 + $k_c/9$	

جدول (۸-۴) - جدول راژت مربوط به ضد ولجای (۸-۱)

$$\frac{10}{36} - \frac{k_c}{9} = 0 \Rightarrow k_c = \frac{5}{2} \quad (۸-۹)$$

پس برای $k_c = 2.5$ سیستم قطعاً پهنه مرز پایداری و رانای پایداری رسیده و پس مقدار k_c همان k_{max} مورد نظر خواهد بود. معادله رانای در این حالت صورت زیر است.

$$s^2 + \frac{11}{36} = 0 \quad (۸-۱۰)$$

ریشه‌های این معادله در $\pm j\sqrt{\frac{11}{36}}$ قرار دارند، پس پروردنوسانات برابر است با

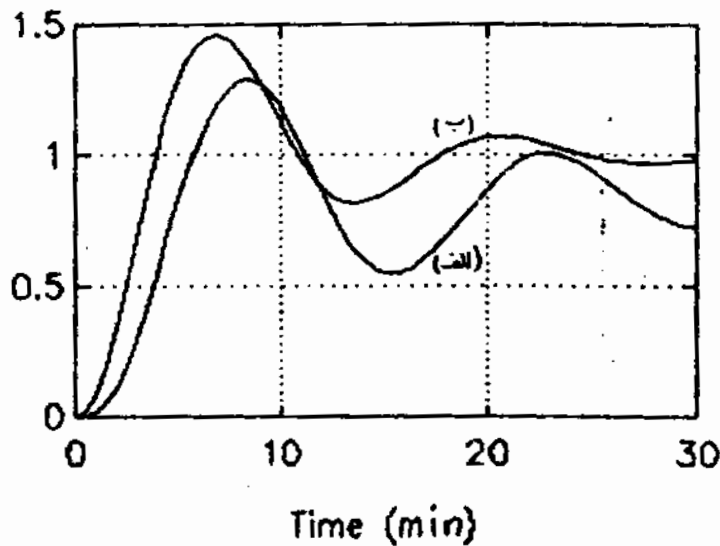
$$T_o = \frac{2\pi}{\sqrt{11/36}} = 11.37 \text{ min} \quad (۸-۱۱)$$

توجه کنید چون واحد زمان در هنگام محاسبه تابع تبدیل (۸-۷)، همانند کده مثال (۸-۱) تقدیم دقیقه در نظر گرفته شده پس فرکانس نوسانات نیز در حسب رادیان بر دقیقه بوده و پرورد آن نیز بر حسب دقیقه خواهد بود. با داشتن k_{max} و T_o می‌توان فرایب کنترل کننده را با استفاده از روش ریزلر-نیکنر محاسبه کرد و این فرایب در جدول (۸-۵) آمده است.

نوع کنترل کننده	k_c	T_I	T_D
متناسب	1.25	-	-
پی-آی	1.14	9.475	-
پی-آی-دی	1.47	5.685	1.421

جدول (۸-۵) - فرایب محاسبه شده برای کنترل کننده مثال (۸-۲) برای سیستم ریزلر-نیکنر

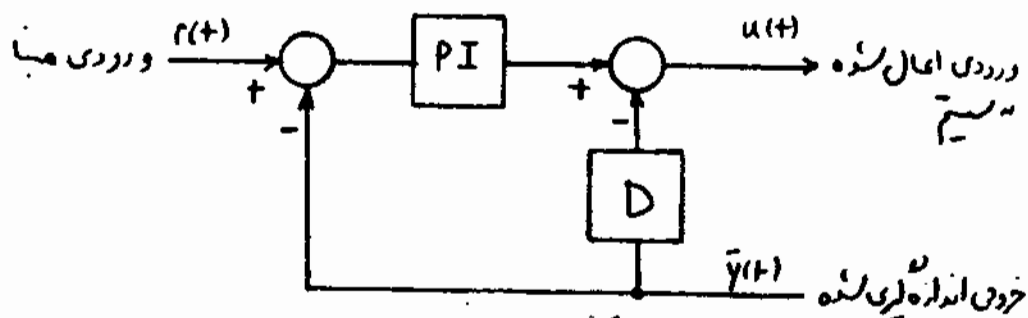
پایع بوسیتم حلقه‌به با استفاده از کنترل کننده‌های مناسب در پی - آی - دی جدول (۸-۵) در شکل (۸-۷) رسم شده اند. البته در اینجا نیز سیستم حلقه‌به برای کنترل کننده پی - آی - دی ناپایدار بوده است. پایع بوسیتم حلقه‌به با استفاده از کنترل کننده پی - آی - دی نسبتاً مناسب نبوده و در مقایسه با شکل (۸-۶) پایع پد از نوسانات کمتری نسبت به کنترل کننده پی - آی - دی روشی کهن برخوردار است. البته در اینجا نیز از مقادیر درست آمده برای



شکل (۸-۷) - پایع بوسیتم حلقه‌به با استفاده از کنترل کننده

الف) مناسب است (ب) پی - آی - دی (سیستم بر اساس روش زیگلر-نیکوئیست) برای کنترل کننده فقط باید به عنوان یک درس اولیه استفاده کرد و با تنظیم آنها در عمل فرایند نهایی را درست آورد.

البته در ساخت کنترل کننده‌های پی - آی - دی واتی نکات مهمی بسیار زیادی در نظر گرفته می شود و طریقه عملکرد آنها - سادگی آنها در اینجا آمده است می باشد. به عنوان مثال در بعضی از این کنترل کننده‌ها، فرکانس مناسب صورت می‌دهی $K_e e |e|$ ساخته می شود و هم ساده $K_e e$ را ندارند. یا در این فرکانس بلندی یک کنترل کننده پی - آی - دی واتی هم می‌تواند شبیه شکل (۸-۸) می باشد. توجه کنید اگر چه مشتق گیر ورودی سیگنال ورودی بنا به دلایلی که در شکل (۸-۸) آمده عمل کند، آنگاه در صورت پیاده‌سازی (+) ۲ در خروجی



شکل (۸-۸) - کنترل کننده مشتق خروجی

خواهند شد در حالتیکه با قرار دادن جزو مشتق لیر به صورت شکل (۸-۸) از این بپایه جلوتر می رود. البته توجه کنید که تابع تبدیل از $r(t)$ به $y(t)$ در هنگام استفاده از کنترل کننده های (۸-۱) و (۸-۸) مانند یکدیگر می باشد ولی قطبهای سیستم حلقه بسته در هر دو حالت با هم یکدیگر است. برای توضیحات بیشتر درباره کنترل کننده های پی-آی-دی و نوع درجینال آنها می توانید به [۲] و [۱۳] مراجعه کنید.

۸-۲ - پایدارسازی

عموماً این سؤال به ذهن خطور می کند که تحت چه شرایطی می توان با استفاده از یک دران کننده مناسب سیستم حلقه بسته را پایدار نمود و آیا این عمل هزاره امکان نیز یافتن شرایطی خاص می توان بیان خاصه عمل برسانند؟ در حالت کلی پایدارسازی سیستم حلقه بسته عملی مشکل نبوده و دران کننده های متعددی برای این منظور می توان انتخاب نمود. در ادامه به ذکر قضیه مهمی در این رابطه خواهیم پرداخت.

قضیه ۸-۱: سیستم حلقه بسته شکل (۲-۲) را در نظر بگیرید و فرض کنید که تابع تبدیل سیستم $G(s)$ ، تابعی لویار آکیدا سه از s بوده و درجه آن نیز n باشد، آنگاه من بهایت کنترل کننده $K(s)$ که توانی لویار آکیدا سه از s با درجه n می باشد وجود دارد بطوریکه پایدار سازی سیستم حلقه بسته همین

شود.

البته در بسیاری از موارد کنترل کننده های درجه پایین تری نیز وجود دارند که بتواند سیستم حلقه بسته را پایدار کند، اما برای هر سیستم داده شده معین هستیم که دران کننده های درجه n متعددی وجود دارند که قادر به پایدارسازی سیستم حلقه بسته می باشند. به طور مثال جبران کننده هایی که از ترکیب رویت کننده های حالت (State observer) [۱۵] و پی خور حالت (State feedback) [۱۵] درست می آیند اینجی خاصیتی دارند.

توجه کنید که از محدودیتی بر روی درجه کنترل کننده اعمال کنیم، آنگاه پایدارسازی سیستم حلقه بسته ممکن است نیز ممکن شود. به طور مثال برای سیستم

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)} \quad (8-12)$$

هیچگاه مقدار بهره k ای وجود ندارد بطوریکه جبران کننده $K(s) = k$ سیستم حلقه بسته را پایدار سازد. برای این مطلب برای توان ساده‌گی مارسم مکان ریشه‌های مقادیر مختلف k مشاهده کرد. در این مثال قطب‌های سیستم حلقه بسته، ریشه‌های معادله مشخصه

$$q_{cl}(s) = s^3 + s^2 + k \quad (8-13)$$

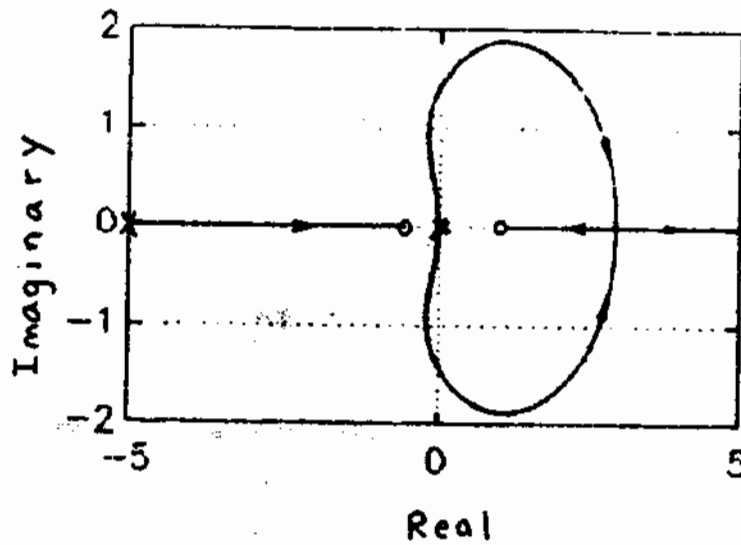
می باشد و چون ضریب s در این چند جمله‌ای مفراست، همه ریشه‌های آن در سمت چپ محور حتماً قرار نداشته و بهره‌ای وجود ندارد که برای آن سیستم حلقه بسته پایدار باشد. مگر در این مثال، در بسیاری از موارد ران پایدارسازی سیستم حلقه بسته محدود است. استفاده از جبران کننده‌های دینامیکی یا درجه بالا بوده و عموماً با استفاده از یک بهره خالی می توان سیستم حلقه بسته را پایدار کرده و شرایط مطلوب طراحی را برآورده ساخت.

علاوه بر هنگام طراحی سیستم‌های کنترلی نباید درباره نرفرود را فقط با استفاده از بهره مثبت در کنترل کننده مد نظر کنیم چون در بعضی از موارد می توان با استفاده از جبران کننده $K(s) = k < 0$ سیستم حلقه بسته را پایدار نمود در حالیکه در این سیستم‌ها پایدارسازی با استفاده از بهره مثبت غیر ممکن است. به طور نمونه اگر

$$G(s) = \frac{(s+0.5)(s-1)}{s^2(s+5)} \quad (8-14)$$

باشد، آنگاه سیستم حلقه بسته برای تمامی جبران کننده‌های $K(s) = k > 0$ ، ناپایدار خواهد بود. در حالتیکه برای بعضی مقادیر $K(s) = k < 0$ می توان سیستم حلقه بسته را پایدار نمود. برای نمایش این مطلب مکان قطب‌های سیستم حلقه بسته را برای مقادیر مختلف $K(s) = k < 0$ در شکل (۸-۹) رسم کرده ایم. معادله مشخصه سیستم حلقه بسته نیز به صورت زیر است:

$$q_{cl}(s) = s^2(s+5) + k(s+0.5)(s-1) \quad (8-15)$$



شکل (۸-۹) - دیاگرام مکان ریشه‌ها (۸-۱۵) را مقادیر مختلف بهره $K < 0$

حدول راجت مربوط به این فیدبک ای در حدول (۸-۶) نشان داده شده است. و با توجه به آن مقصوده بهره K برای پایداری سیستم طبقه سرعت زیر فراهم بود:

$$-4 < K < 0 \quad (۸-۱۶)$$

مانند سایر مثال واضح است که در بعضی از مسائل معبر به استفاده از بهره منفی سیستم و همراه در تمامی مسائل نباید در فکر استفاده از بهره مثبت بود از آنجمله در بسیاری از مسائل نظر خود را فقط بر روی استفاده از بهره‌های مثبت متمرکز خواهیم کرد.

s^3	1	$-k/2$
s^2	$5+k$	$-k/2$
s^1	$\frac{-k^2/2 - 2k}{5+k}$	
s^0	$-k/2$	

حدول (۸-۶) - حدول راجت مربوط به فیدبک ای (۸-۱۵)

۸-۲ - پایدارسازی با استفاده از کنترل کننده‌های پایدار

همان‌طور که در هنگام طراحی کنترل کننده فرض می‌کنیم که فرد کنترل کننده نیز از نظر ورودی-خروجی پایدار است و کنترل کننده‌ای در نظر گرفته می‌شود که قطبهای آن هلی در سمت چپ محور s قرار دارند و سپس با این روش اقدام به پایدارسازی سیستم حلقه بسته می‌کنیم. در این قسمت در ادامه یادآوری می‌کنیم که برای بعضی از سیستم‌ها حقیقت هیچ عملیاتی نمی‌تواند کنترل کننده‌ای یافت که فرد پایدار بوده و بتواند پایدارسازی سیستم حلقه بسته را نیز داشته باشد و سپس به ذکر نتیجه‌ای بسیار کلی در این رابطه خواهیم پرداخت.

مثال ۸-۲: سیستم کنترلی شکل (۲-۳) را در نظر گرفته و فرض کنید

$$G(s) = \frac{s}{(s-1)(s+5)} \quad (۸-۱۷)$$

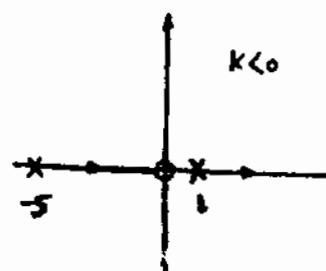
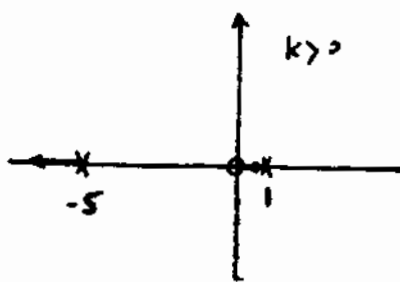
باشد. کنترل کننده‌ای پیشنهاد کنید تا سیستم حلقه بسته را پایدار کند.

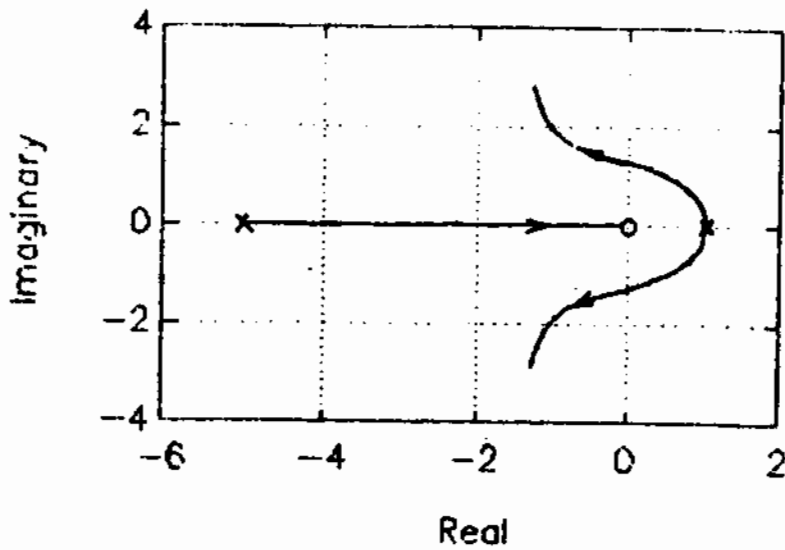
در ادامه فرض می‌کنیم حصران کننده K یک بهره است (یعنی $K(s) = K$) و آنجا که مکان ریشه‌ها برای $K > 0$ و $K < 0$ در شکل (۸-۱۵) رسم شده است. واضح است که برای هیچ مقادیر بهره K ، سیستم حلقه بسته پایدار نمی‌باشد.

علاوه بر کنترل کننده $K(s)$ قطبی در سمت راست محور s داشته باشد، آنجا که استفاده از قوانین رسم ریشه‌ها واضح است که نقطه هیچ نقطه‌ای نمی‌تواند قطب پایدار سیستم حلقه بسته را به سمت چپ محور s برد و البته نقطه هیچ نقطه‌ای نباید قطب در $s=1$ برسد. صفر حصران کننده حرف نود چون سیستم حلقه بسته پایدار نخواهد شد. ولی اگر به نظر مثال

$$K(s) = \frac{K}{s-1} \quad (۸-۱۸)$$

انتخاب کنیم، آنجا که رسم مکان برای $K > 0$ که در شکل (۸-۱۱) آمده است، مشاهده خواهیم کرد که برای بعضی از مقادیر بهره K ، سیستم حلقه بسته پایدار خواهد شد.





شکل (۸-۱۱) - مکان ریشه‌ها معادله مشخصه سیستم حلقه بسته

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با استفاده از جبران کننده (۸-۱۸) بصورت زیر است :

$$s^3 + 3s^2 - 9s + 5 + ks = 0 \quad (۸-۱۹)$$

و جدول راژت مربوط به آن نیز در جدول (۸-۷) آمده است. با استفاده از این جدول و قاعده است که

برای پایداری سیستم حلقه بسته باید داشته باشیم

$$k > 32/3 \quad (۸-۲۰)$$

پس همان‌گونه که (۸-۱۸) بازمی‌آورد (۸-۲۰) قادر به پایداری ملای سیستم حلقه بسته می‌باشد و هیچ کنترل کننده

پایداری نمی‌تواند سیستم حلقه بسته را پایدار کند!

s^3	1	$-9+k$
s^2	3	5
s^1	$\frac{-32+3k}{3}$	
s^0	5	

جدول (۸-۷) - جدول راژت حین جدولی (۸-۱۹)

کننده بسیار باریک است که فقط با داشتن محل معوق قطب‌های سیستم می‌توان درباره باریک‌ساری آن استفاده کرد. کنترل کننده باریک‌تر خواهد بود. قبل از ذکر دقیق این نتیجه، چند تعریف مقدماتی ارائه خواهد شد.

تعریف ۸-۱: مای لیم تابع لگوی $G(s)$ ، m صفر (یا قطب) در بی‌نهایت ($s = \infty$) دارد اگر تابع لگوی $G(s)$ ، m صفر (یا قطب) در $p = \infty$ داشته باشد.

با استفاده از این تعریف واضح است که تمامی توابع لگوی سرهای که در نتیجه عملیات صورت آنها m در نتیجه عملیات صریح آنها n می‌باشد، دارای $n-m$ صفر در $s = \infty$ می‌باشند. بطور مثال سیستم

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \quad (8-21)$$

صفر معوق نداشته و دارای دو صفر در بی‌نهایت می‌باشد.

تعریف ۸-۲: معوق تمام اعداد حقیقی بزرگتر از σ که نقطه‌ای بی‌نهایت را نیز شامل می‌باشد با R^+ نمایش خواهد داد.

قضیه ۸-۲: سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳) را در نظر گرفته و فرض کنید که تابع تبدیل سیستم، تابعی لویا و سره از s باشد. آنگاه سیستم حلقه بسته را می‌توان با یک کنترل کننده باریک، باریک‌تر کرد فقط اگر تعداد قطب‌ها

حقیقی سیستم که در بین صفرهایی از سیستم که در R^+ می‌باشد، قرار دارند عددی زوج (یا صفر) باشد.

اثبات این قضیه زیرا احتیاج به استفاده از صفر در بی‌نهایت مای داشته و در اینجا به ذکر آن بحکم برداشت و حواسه بر آن مشاهده آن می‌تواند. [۱۳] مراجعه کنید. در ادامه به ذکر چند مثال درباره حقیقی استفاده از آن خواهیم پرداخت.

مثال ۸-۴: آیا می‌توان سیستم زیر را با یک کنترل کننده باریک، باریک‌تر کرد؟

$$G(s) = \frac{(s-2)}{(s-1)(s-3)} \quad (8-22)$$

این سیستم دارای دو صفر در R^+ می‌باشد. یکی از صفرها در بی‌نهایت قرار داشته و دیگری در $s=2$ می‌باشد. چون فقط یک قطب ($G(s)$ در بین این دو صفر قرار دارد) (قطب در $s=3$) پس می‌توان این سیستم را با استفاده از یک کنترل کننده باریک، باریک‌تر کرد.

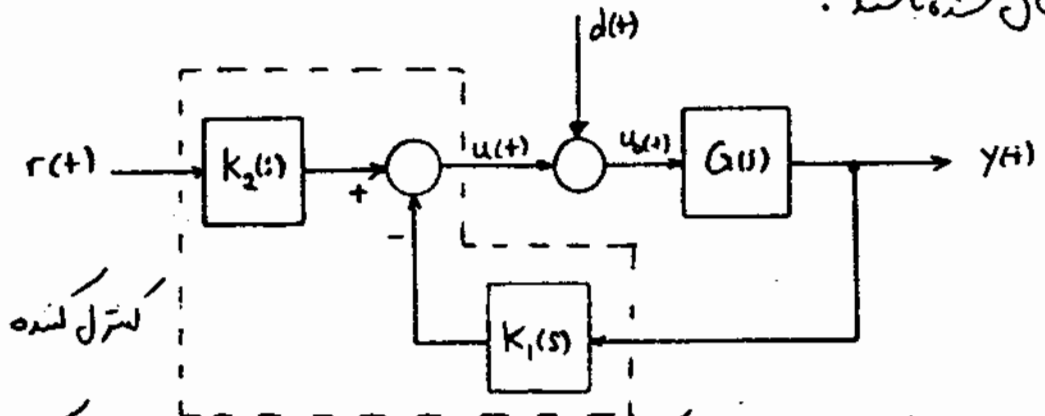
مثال ۵-۸: آیا می توان سیستم زیر را با یک کنترل کننده پایدار، پایدار کرد؟

$$G(s) = \frac{s(s-1)}{(s-2)^2}$$

این سیستم دارای چهار قطب در R^+ است. دو تا از آنها در $s=1$ و $s=2$ و دیگری در $s=0$. هیچ قطب در $s=0$ در $G(s)$ در $s=1$ و $s=2$ ندارد و چون چهار قطب عدد زوج است پس با استفاده از قضیه (۸-۲) می توان $G(s)$ را با استفاده از یک کنترل کننده پایدار، پایدار کرد.

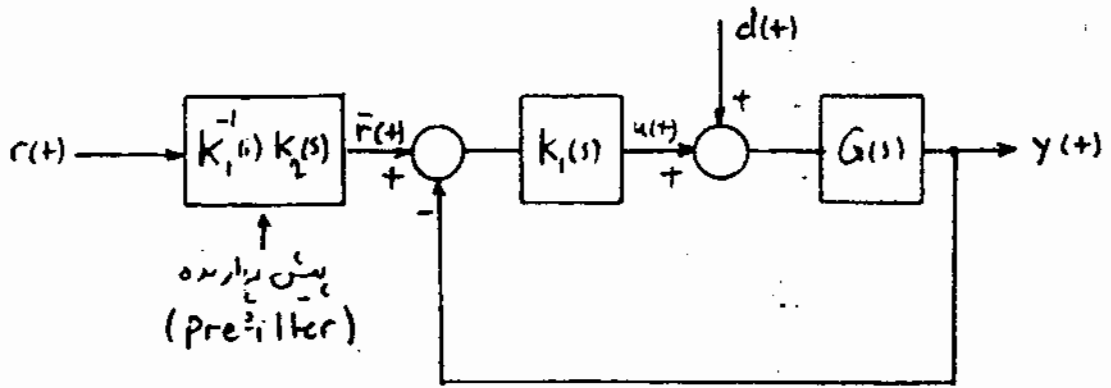
۸-۴ - استفاده از سیستم خور غیر واحد

تاکنون تمام سیستم های حلقه بسته ای را که مورد بررسی قرار داده ایم باشد شکل (۳-۲) دارای یک خور واحد بوده اند. البته در بسیاری از سیستم های کنونی ممکن است که همان گونه ای در مسیر خور نیز قرار داشته باشد و حتی ممکن است که ورودی مناسی $r(t)$ در خروجی $y(t)$ رسیدن دو همان گونه متفاوت پردازش شده و سپس به عنوان ورودی باشد شکل (۸-۱۳) به سیستم اعمال شده باشند.



شکل (۸-۱۲) - سیستم کنونی که با استفاده از دو همان گونه $u_1(t)$ ، $u_2(t)$ تولید می کند

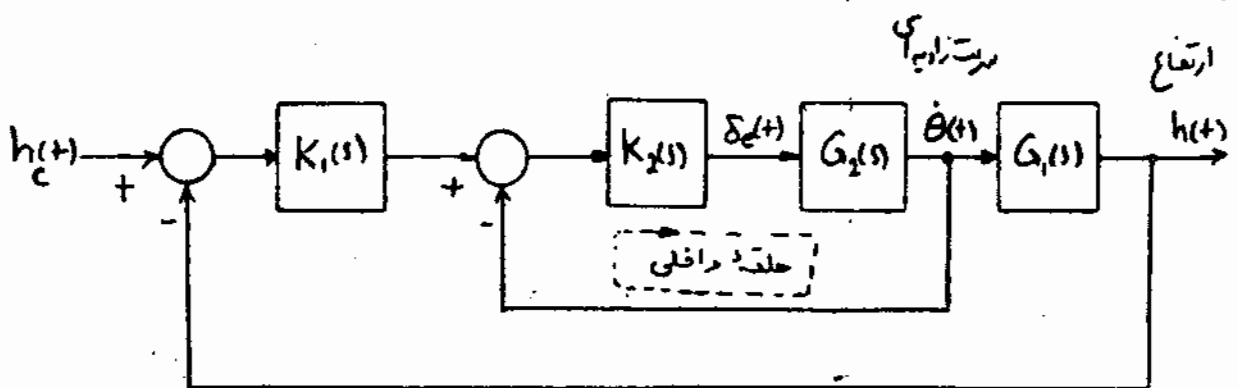
الته دیگرام بلوکی شکل (۸-۱۲) را می توان بصورت شکل (۸-۱۳) نیز رسم کرد. توجه کنید که در شکل (۸-۱۳) اگر ورودی مناسی را $r(t)$ در نظر بگیریم، آنگاه سیستم مورد بررسی همان شکل همبستگی پس خور واحد را خواهد داشت. عموماً به تابع تبدیل $K_1(s)K_2(s)$ پیش پردازنده (Pre-filter) می گویند. حقیقت تغییر دیگرام شکل (۸-۱۳) بدین گونه است که در ابتدا ورودی مناسی $r(t)$ را از پیش پردازنده گذرانده و سپس این سیگنال پردازش شده را به سیستم کنونی به عنوان دستور یا



شکل (۸-۱۳) - معادل دیگرام بلوکی شکل (۸-۱۲)

وردی مناسبی کنیم. توجه کنید که خواص حلقه پس فرورد در شکل های (۸-۱۲) و (۸-۱۳) که به هر دو حلقه تغییرات مربوط می شود درست باشد یکدیگر بوده و به تابع تبدیل $K_2(s)$ که در خارج حلقه قرار دارد بستگی ندارد و فقط برسد $G(s)$ مشخص می شود.

علاوه در بعضی از سیستم های کنترلی ممکن است که بیش از یک حلقه پس فرورد وجود داشته باشد. طوریکه در سیستم کنترل ارتفاع هواپیمای ممکن است که هم ارتفاع هواپیمای از سطح زمین هم سرعت زاویه ای آن اندازه گیری شوند پس از یک سیستم کنترلی مادد حلقه پس فرورد مانند شکل (۸-۱۴) برای لغت نگاه داشتن ارتفاع هواپیمای استفاده شود. توجه کنید که در این مثال سیستم یک ورودی قابل پیگیری زمین زاویه ملار (Elevator) (δe) داشته در حالی که دو کمیت خروجی آن یعنی ارتفاع و سرعت زاویه ای اندازه گیری می شوند. البته اصول طراحی همچنین سیستمی نیز مانند مطالبی است که در فصل های قبل ذکر کرده ایم و در ابتدا حلقه کنترلی داخلی را طراحی کرده سپس حلقه خارجی



زاحر در بررسی قرار می دهیم. توجه کنید که در لسیه شکل (۸-۱۸) در حقیقت حلقه خارجی که - آن حلقه داخلی

(Primary loop) نیز می گویند مقدار ورودی مبنای دستور حلقه داخلی که به آن حلقه ثانویه

(Secondary loop) بیرون نیز را صورت خود کار ایجاد می کند. به لسیه های کنترلی که

دارای دو حلقه بین خود صورت شکل (۸-۱۴) می باشد، لسیه کنترلی پشت هم (Cascade control)

گفته می شود. عمدتاً در اینگونه لسیه های کنترلی، سرعت پاسخ حلقه داخلی (حلقه ثانویه) بسیار

سریعتر از سرعت پاسخ حلقه خارجی می باشد و در بسیاری از فرآیندهای شیمیایی از این روش کنترلی

استفاده می شود. در این فرآیندها، کنترل کننده داخلی عموماً صورت متناسب (proportional)

برده و کنترل کننده خارجی نیز صورت پی-آی-دی می باشد. توجه کنید که در اینگونه لسیه ها

سطحی حلقه خارجی از نظر کارایی لسیه کنترلی با اهمیت بوده در حالتی حلقه داخلی از خنثی

اهنگی برخوردار نیست. برای توضیحات بیشتر درباره لسیه های کنترلی پشت هم و همچنین حلقه های

گاهی از آنهاهای تأخیری (با تأخیر زمان طولانی) بوسیله پیش بین است (Smith predictor)

و مباحث پیشرفته تر در کنترل فرآیندهای شیمیایی می توانید به مرجع [۱۲] مراجعه کنید.

۸-۵ - خلاصه

در این فصل درباره کنترل کننده های پی-آی-دی و روش های مختلف تنظیم آنها مطابق

الانه کردیم. آنچه این کنترل کننده ها دارای محدودیت هایی می باشند ولی عمدتاً در کنترل فرآیندهای

شیمیایی که رفتاری نسبتاً ساده دارند موفق بوده و کارایی خوبی نیز از خود نشان می دهند. البته برای

کنترل بسیاری از سیستم ها مجبور به استفاده از کنترل کننده های پیچیده تری باشیم. در

قسمت های (۸-۲)، (۸-۳) نیز درباره امکان پایداری لسیه سلفهسته و حلقه های پایداری

با استفاده از کنترل کننده های پایداری صحبت کردیم.

در قسمت (۸-۴) درباره لسیه های کنترلی پیچیده تر که دارای حلقه پیچیده واحد می باشند مطابق

عین الانه کردیم و ذکر کردیم که در این مهم حلقه کنترلی به بهره حلقه مربوط بوده و قرار دادن حلقه کنترلی

در مسیر خود را پیشرو تغییر در بهره حلقه ایجاد نخواهد کرد و مطالب مطرح شده در این کتاب برای

اینگونه لسیه ها نیز مورد استفاده می باشد.

الة در واقعیت سیستم‌های کنترل برآنت پیچیده‌تری نیز وجود دارند. دایک کتاب‌ها در ماسخت
 اصول طراحی کنترل کننده رای سیستم‌های تک ورودی-تک خروجی بوده است. برای روسی مباحث پیچیده‌تر
 برای کنترل اینگونه سیستم‌ها می‌توانید به [۴] [۶] [۱۲] [۱۳] مراجعه کنید. تعمیم روس‌های طراحی
 در حوزه مکانیک به سیستم‌های چند متغیره (چند ورودی - چند خروجی) نیز در مراجع [۹] [۱۳] آمده است.
 همچنین روس‌های که بر اساس بهینه‌سازی رفتار زمان سیستم استوار است در مراجع [۴] [۱۶] مورد
 روس قرار گرفته‌اند. امروزه نیز بسیاری از سیستم‌ها بصورت ناپیوسته (Discrete) کنترل می‌شوند و برای
 آشنایی با روس‌های طراحی سیستم‌های کنترلی ناپیوسته می‌توانید به [۲] [۱۷] [۱۸] مراجعه کنید.

- 1 - B. Anderson and Liu, "Controller reduction, concepts and approaches", IEEE TAC, Vol 34, No 8, Aug 1989
pp 802-812
- 2 - k. Aström and B. Wittenmark, "Computer controlled systems, theory and design", Prentice-Hall, 1984
- 3 - M. Athans, "Lecture notes for Multivariable Control Systems, Course 6.232", M.I.T, 1984
- 4 - J. D'Azzo and C. Houpis, "Linear control system analysis and design - conventional and modern", Mc Graw-Hill, 1981
- 5 - J. DiStefano III, A. Stubberud, and I. Williams, "Feedback and control systems", Schaum's outline series, Mc Graw-Hill, 1967
- 6 - R. Dorf, "Modern control systems", Addison Wesley, 1980
(این کتاب توسط آقای دکتر صمدار هفاری ترجمه شده و توسط انتشارات امیرکبیر چاپ شده است.)
- 7 - N. Lehtomaki, "Practical robustness measures in multivariable control system analysis", Ph.D Thesis, M.I.T, May 1981
- 8 - L. Ljung, "System identification, theory for the user". Prentice-Hall, 1987
- 9 - M. Morari and E. Zafriou, "Robust process control". Prentice-Hall, 1989
- 10 - J. Roberge, "Operational amplifiers - theory and practice", Wiley, 1975

- 11- T. Soderstrom and P. Stoica, "System identification",
Prentice-Hall, 1989
- 12- G. Stephanopoulos, "Chemical process control - An introduction
to theory and practice", Prentice-Hall, 1984
- 13- M. M. Spong, "Control system synthesis, a factorization
approach", H.I.T. Press, 1985
- 14- N. Balabanian and T. Bickart, "Electrical network theory",
Wiley, 1969
- 15- T. Kailath, "Linear systems", Prentice-Hall, 1980
- 16- H. Kwakernaak and R. Sivan, "Linear Optimal Control
Systems", Wiley, 1972
- 17- G. Franklin and J. Powell, "Digital control of dynamic
systems", Addison-Wesley, 1980
- 18- K. Ogata, "Discrete-Time control systems",
Prentice-Hall, 1987